第 1 章　质点运动学(一)

一、 选择题

1. $\frac{1}{\Delta t}\int_{t}^{t+\Delta t}\boldsymbol{v}\mathrm{d}t$ 表示(　　)。

(A) 位移　　(B) 速度　　(C) 速率　　(D) 平均速度

2. 质点作曲线运动,在时刻 t,速度为$\boldsymbol{v}$,速率为 v,t 至 $t+\Delta t$ 时间内的平均速度为$\bar{\boldsymbol{v}}$,平均速率为 $\bar{v}$,则必定有(　　)。

(A) $|\boldsymbol{v}|=v,|\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$　　(B) $|\boldsymbol{v}|\neq v,|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$

(C) $|\boldsymbol{v}|=v,|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$　　(D) $|\boldsymbol{v}|\neq v,|\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$

3. 如图 1 所示,质点从点 $A(R,0)$出发,沿逆时针方向绕点 O 作半径为 R 的圆周运动,运动一周后返回点 A,在此过程中,质点的位移、路程分别为(　　)。

(A) 0,0　　(B) 0,$2\pi R$

(C) $2\pi R\boldsymbol{i}$,0　　(D) $-2\pi R\boldsymbol{i}$,$2\pi R$

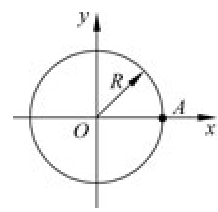

图　1

4. 作平面运动的质点在某瞬时位矢为 $\boldsymbol{r}=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$,对其速度大小的表达式有 4 种意见(1) $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$;(2) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$;(3) $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$;(4) $\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$。下列叙述正确的是(　　)。

(A) 只有(1)、(2) 正确　　(B) 只有(2) 正确

(C) 只有(2)、(3) 正确　　(D) 只有(3)、(4)正确

5. 一物体在位置 1 的矢径是$\boldsymbol{r}_1$,速度是$\boldsymbol{v}_1$。经 Δt 秒后到达位置 2,其矢径是 $\boldsymbol{r}_2$,速度是$\boldsymbol{v}_2$。则在 Δt 时间内的平均速度是(　　)。

(A) $\frac{1}{2}(\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1)$　　(B) $\frac{1}{2}(\boldsymbol{v}_2+\boldsymbol{v}_1)$

(C) $\frac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1}{\Delta t}$　　(D) $\frac{\boldsymbol{r}_2+\boldsymbol{r}_1}{\Delta t}$

6. 一物体在位置 1 的速度是$\boldsymbol{v}_1$,加速度是$\boldsymbol{a}_1$。经 Δt 秒后到达位置 2,其速度是$\boldsymbol{v}_2$,加速度是$\boldsymbol{a}_2$。则在 Δt 时间内的平均加速度是(　　)。

(A) $\frac{1}{\Delta t}(\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1)$　　(B) $\frac{1}{\Delta t}(\boldsymbol{v}_2+\boldsymbol{v}_1)$

(C) $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}_2-\boldsymbol{a}_1)$　　(D) $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{a}_1)$

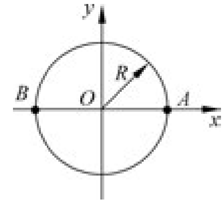

图　2

7. 如图 2 所示,质点沿逆时针绕向作半径为 R 的匀速圆周运动,速率为 v,从点 $A(R,0)$运动到点 $B(-R,0)$,则在下列表达式中,不

正确的是(　　)。

(A) 速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}=0$,速率增量 $\Delta v\neq 0$

(B) 速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}=-2v\boldsymbol{j}$,速率增量 $\Delta v=0$

(C) 位移大小 $|\Delta \boldsymbol{r}|=2R$,路程 $s=\pi R$

(D) 位移 $\Delta \boldsymbol{r}=-2R\boldsymbol{i}$,路程 $s=\pi R$

8. 一抛射物体的初速度为 v_0,抛射角为 θ_0,则在抛物线最高点的曲率半径为(　　)。

(A) $v_0^2\cos^2\theta_0/g$　　(B) 0　　(C) v_0^2/g　　(D) ∞

9. 质点的运动方程为 $x=6+3t-5t^2$,则该质点(　　)。

(A) 始终作匀加速直线运动

(B) 始终作匀减速直线运动

(C) 先作匀减速直线运动,后作匀加速直线运动

(D) 先作匀加速直线运动,后作匀减速直线运动

10. 质点的运动方程为 $x=at$,$y=b+ct^2$,式中 a、b 和 c 均为正常数,当质点的运动方向与 x 轴成 45°时,质点的速率为(　　)。

(A) a　　(B) $\sqrt{2}a$　　(C) $2c$　　(D) $\sqrt{a^2+4c^2}$

二、 填空题

1. 速度是________对时间的一阶导数,是矢量;速率是________对时间的一阶导数,是标量。

2. 质点作直线运动,其速度与时间的关系曲线如图 3 所示,割线 AB 的斜率表示质点在 $t_1\sim t_2$ 时间内的________;过点 A 的切线 AC 的斜率表示质点在 t_1 时刻的________。

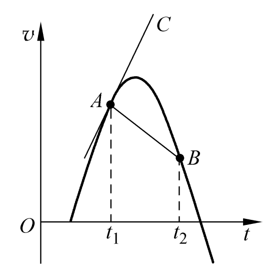

图 3

3. 质点的运动方程为 $x=4.5t^2-2t^3$,则其在第 1 秒内的位移为________ m。

4. 如图 4 所示,质点作半径为 R 的圆周运动,从点 $A(R,0)$运动到点 $B(0,R)$。在该过程中,质点的位移 $\Delta \boldsymbol{r}=$________(矢量表达式)。

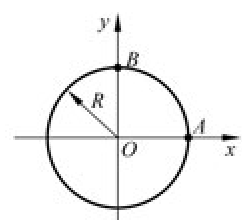

图 4

5. 质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=t\boldsymbol{i}+2t^3\boldsymbol{j}$,则 1～3 s 内的平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}=$________ m/s;平均加速度 $\bar{\boldsymbol{a}}=$________ m/s²。

6. 质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=a\cos\omega t\boldsymbol{i}+b\sin\omega t\boldsymbol{j}$,式中 a、b 和 ω 均是正常数,则该质点的轨迹方程为________________;加速度为 $\boldsymbol{a}=$________________。

7. 质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=t\boldsymbol{i}+(8-t)\boldsymbol{j}$,当质点的位矢与速度垂直时,质点的位矢 $\boldsymbol{r}=$________ m。

三、 计算题

1. 有一质点沿 x 轴作直线运动,运动方程为 $x(t)=4.5t^2-2t^3$。求质点(1)在第 2 秒

内的平均速度 $\bar{v}$；(2)在第 2 秒末的速度 v；(3)在第 2 秒末的加速度 a；(4)在第 2 秒内的路程 s。

2. 质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}(t)=6t^2\boldsymbol{i}-2t^3\boldsymbol{j}$。求质点(1)在第 2 秒内的平均速度；(2)在任意时刻的速度表达式及 $t=2$ s 时的速度。

3. 质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}(t)=t^3\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}+4\boldsymbol{k}$。试求质点(1)在前 3 秒内位移的矢量表达式；(2) 第 5 秒末时速度与加速度的矢量表达式；(3)轨迹方程。

4. 质点沿 x 轴运动，已知加速度 $a=6t$，当 $t=0$ 时，速度 $v_0=-27$ m/s，坐标 $x_0=0$。求质点的(1)速度 $v(t)$；(2)运动方程 $x(t)$。

5. 质点具有加速度 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{i}+12t^2\boldsymbol{j}$，当 $t=0$ 时，速度 $\boldsymbol{v}_0=\boldsymbol{0}$，位矢 $\boldsymbol{r}_0=3\boldsymbol{j}$。求质点在任意时刻的 (1)速度的矢量表达式；(2) 位矢的矢量表达式。

6. 质点沿 x 轴运动，加速度 $a=-2v^2$，当 $t=0$ 时，质点的速度为 v_0，位置 $x_0=0$。求质点的速度(1)随时间 t 变化的表达式 $v(t)$；(2)随坐标 x 变化的表达式 $v(x)$。

第1章　质点运动学(二)

一、选择题

1. 质点在 Oxy 平面内运动,位矢 $\boldsymbol{r}$ 及其大小 r 同时符合条件(1) $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$;(2) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\neq 0$;(3) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$,则该质点可能的运动为(　　)。

(A) 匀速直线运动　　　　(B) 匀加速直线运动

(C) 匀速率圆周运动　　　　(D) 变速圆周运动

2. 下列说法中,正确的是(　　)。

(A) 匀变速运动必定是直线运动

(B) 在曲线运动中,速度的法向分量恒为零

(C) 在曲线运动中,如加速度在某方向的分量为负,则物体在该方向上作减速运动

(D) 在圆周运动中,加速度方向总是指向圆心

3. 下列四个选项中,表示切向加速度分量的是(　　)。

(A) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$　　(B) $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$　　(C) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$　　(D) $\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}$

4. 质点作匀速率圆周运动,对于运动过程,下列叙述中正确的是(　　)。

(A) $\boldsymbol{v}$、v 保持不变　　　　(B) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$、$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 保持不变

(C) $\boldsymbol{v}$、$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 保持不变　　　　(D) v、$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 保持不变

5. 如选项图所示,质点沿曲线轨道从 a 运动到 b,速率逐渐减小。对于质点在点 P 处加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向,下列图中标注[其中在图(A)和图(D)中分别标注的是点 P 处的切线方向]正确的可能是(　　)。

(A)　　(B)　　(C)　　(D)

6. 质点在 Oxy 平面内作抛体运动,x 轴为水平方向,与抛出速度成锐角,y 轴为竖直向上方向,原点 O 为抛出点,B 为落点,位于 x 轴上,点 O 与点 B 之间的距离称为射程,t 表示抛体到落点的时间,下列积分等于射程的是(　　)。

(A) $\int_0^t v_x\,\mathrm{d}t$　　(B) $\int_0^t v_y\,\mathrm{d}t$　　(C) $\int_O^B \mathrm{d}\boldsymbol{r}$　　(D) $\int_O^B |\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}\,|$

7. 质点作抛体运动,对于运动过程,下列叙述中正确的是(　　)。

(A) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 始终不变化　　　　(B) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 会发生变化

(C) $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 始终不变化　　　　(D) 质点的法向加速度始终不变化

8. 沿直线运动的物体,其速度与时间成反比,则其加速度与速度的关系是(　　)。

(A) 与速度成正比　　　　(B) 与速度的平方成正比

(C) 与速度成反比　　　　(D) 与速度的平方成反比

9. 质点沿 x 轴运动,通过坐标 x 时,速度为 $k\sqrt{x}$,式中 k 为正常数,则质点加速度为(　　)。

(A) $\dfrac{k}{2\sqrt{x}}$　　(B) $\dfrac{1}{2k}$　　(C) $\dfrac{1}{2}k^2$　　(D) k

10. 质点沿 x 轴运动,加速度 $a=-3v^2$,$t=0$ 时,质点的速度为 v_0,位置为 x_0,则质点的速度随坐标 x 变化的表达式 $v(x)$ 为(　　)。

(A) $v=v_0\mathrm{e}^{-3x}$　　　　(B) $v=v_0\mathrm{e}^{-3(x-x_0)}$

(C) $v=v_0\mathrm{e}^{3x}$　　　　(D) $v=v_0\mathrm{e}^{3(x-x_0)}$

二、填空题

1. 切向加速度和法向加速度是________坐标系中质点加速度的两个分量;切向加速度表示质点速度________变化的快慢;法向加速度表示质点速度________变化的快慢。

2. 质点作曲线运动时,加速度总是指向曲线的________。(选“切向”“凸侧”或“凹侧”填写)

3. 一质点以 60°仰角作斜上抛运动,忽略空气阻力,若质点运动轨道最高点处的曲率半径为 10 m,则抛出时的速率 $v_0=$________ m/s。(重力加速度 g 取 10 m/s^2)

4. 质点沿如图 1 所示的曲线 s 运动,已知在点 P 的速度 $\boldsymbol{v}$ 与加速度 $\boldsymbol{a}$ 的夹角为 α,则此时切向加速度分量 $a_t=$________;法向加速度分量 $a_n=$________;轨迹的曲率半径 $\rho=$________。

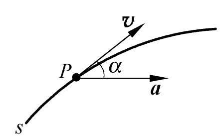

图 1

5. 质点运动时,若 $a_t\neq0$,$a_n=0$,则质点作________运动;若 $a_t=0$,$a_n\neq0$,则质点作________运动;若 $a_t=0$,$a_n=0$,$v\neq0$,则质点作________运动。

6. 质点 A 相对于参考系 K 的速度为 $\boldsymbol{v}_{AK}$,相对于参考系 K' 的速度为 $\boldsymbol{v}_{AK'}$,参考系 K' 相对于参考系 K 的速度为 $\boldsymbol{v}_{K'K}$,则有 $\boldsymbol{v}_{AK}=$________。

三、计算题

1. 质点沿半径 $R=0.5$ m 的圆作圆周运动,其运动方程 $\theta=(2+t^2)$ rad。求:(1)任意时刻 t,质点法向加速度、切向加速度和加速度的大小的表达式;(2)当法向加速度的大小正好是加速度大小的一半时,角坐标 θ 的值。

2. 质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=10\cos 5t\boldsymbol{i}+10\sin 5t\boldsymbol{j}$。求质点的(1)轨迹方程;(2)速度的矢量表达式 $\boldsymbol{v}(t)$ 和速率 v;(3)加速度的矢量表达式 $\boldsymbol{a}(t)$ 和大小 a,切向加速度的大小 a_{t} 和法向加速度的大小 a_{n}。

3. 质点沿半径 $R=10\ \mathrm{m}$ 的圆作圆周运动,其角加速度 $\alpha=\pi$。若质点由静止开始运动,求质点在第1秒末的(1)角速度、法向加速度分量、切向加速度分量;(2)加速度的大小和方向。

4. 质点作圆周运动,角加速度 $\alpha=-\sin\theta$,当 $t=0$ 时,角位置 $\theta_0=0$,角速度为 ω_0 且 $\omega_0\geqslant 2\ \mathrm{rad/s}$。求质点的角速度和角位置之间的关系式 $\omega(\theta)$。

5. 质点从静止开始,作半径 $R=3.0\ \mathrm{m}$ 的圆周运动,其切向加速度分量为 $a_{\mathrm{t}}=3\ \mathrm{m/s^2}$。求:(1)质点速率表达式 $v(t)$ 和法向加速度分量表达式 $a_{\mathrm{n}}(t)$;(2)当加速度 $\boldsymbol{a}$ 与切向加速度 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}$ 成 $\pi/4$ 时,质点运动所经历的时间;(3)在(2)所述时间内,质点所经过的路程。

参考解答

质点运动学(一)

一、选择题

1. D；2. C；3. B；4. D；5. C；6. A；7. A；8. A；9. C；

10. B(提示：$v_x=\dfrac{dx}{dt}=a$，当质点的运动方向与 x 轴成 45°时，$v_y=v_x=a$)

二、填空题

1. 位矢；路程
2. 平均加速度；加速度
3. 2.5
4. $R(\boldsymbol{j}-\boldsymbol{i})$
5. $\boldsymbol{i}+26\boldsymbol{j}$；$24\boldsymbol{j}$
6. $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$；$-\omega^2\boldsymbol{r}$ 或 $-\omega^2(a\cos\omega t\boldsymbol{i}+b\sin\omega t\boldsymbol{j})$
7. $4\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$

三、计算题

1. **解** (1) $x(1)=2.5\ \mathrm{m}$，$x(2)=2\ \mathrm{m}$，$\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{2-2.5}{2-1}\ \mathrm{m/s}=-0.5\ \mathrm{m/s}$。

(2) $v=9t-6t^2$，$v(2)=-6\ \mathrm{m/s}$。

(3) $a=9-12t$，$a(2)=-15\ \mathrm{m/s^2}$。

(4) 令 $v=9t-6t^2=0\ \mathrm{m/s}$，得 $t=1.5\ \mathrm{s}$，$v=0\ \mathrm{m/s}$，此时质点速度改变方向，由正变为负，质点到达距原点最远处，$x(1.5)=3.375\ \mathrm{m}$。第 2 秒内质点的路程为

$$s=|x(1.5)-x(1)|+|x(1.5)-x(2)|=0.875\ \mathrm{m}+1.375\ \mathrm{m}=2.25\ \mathrm{m}。$$

2. **解** (1) $\boldsymbol{r}(1)=(6\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j})\ \mathrm{m}$，$\boldsymbol{r}(2)=(24\boldsymbol{i}-16\boldsymbol{j})\ \mathrm{m}$

$\Delta\boldsymbol{r}=(24\boldsymbol{i}-16\boldsymbol{j})\ \mathrm{m}-(6\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j})\ \mathrm{m}=(18\boldsymbol{i}-14\boldsymbol{j})\ \mathrm{m}$

$\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\dfrac{18\boldsymbol{i}-14\boldsymbol{j}}{2-1}\ \mathrm{m/s}=(18\boldsymbol{i}-14\boldsymbol{j})\ \mathrm{m/s}$

(2) $\boldsymbol{v}=\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}=12t\boldsymbol{i}-6t^2\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{v}(2)=(24\boldsymbol{i}-24\boldsymbol{j})\ \mathrm{m/s}$

3. **解** (1) $\boldsymbol{r}(0)=4\boldsymbol{k}\ \mathrm{m}$，$\boldsymbol{r}(3)=(27\boldsymbol{i}+18\boldsymbol{j}+4\boldsymbol{k})\ \mathrm{m}$，$\Delta\boldsymbol{r}=(27\boldsymbol{i}+18\boldsymbol{j})\ \mathrm{m}$

(2) $\boldsymbol{v}(t)=\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}=3t^2\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{v}(5)=(75\boldsymbol{i}+20\boldsymbol{j})\ \mathrm{m/s}$

$\boldsymbol{a}(t)=\dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt}=6t\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{a}(5)=(30\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})\ \mathrm{m/s^2}$

(3) 从运动方程的分量式 $x=t^3$,$y=2t^2$,$z=4$ 中消去 t,得 $y=2\sqrt[3]{x^2}$ ($x\geqslant 0$),$z=4$,即轨迹为 $z=4$ 的平面与 $y=2\sqrt[3]{x^2}$ 的柱面的交线的 $x\geqslant 0$ 的部分,也可说成 $z=4$ 的平面内,$y=2\sqrt[3]{x^2}$ 曲线的 $x\geqslant 0$ 的部分。

4. **解** (1) 由 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=6t$ 得

$$\mathrm{d}v=6t\,\mathrm{d}t$$

代入初始条件,积分

$$\int_{-27}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t 6t\,\mathrm{d}t$$

得

$$v=-27+3t^2$$

(2) 由 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-27+3t^2$ 得

$$\mathrm{d}x=(-27+3t^2)\mathrm{d}t$$

代入初始条件,积分

$$\int_0^x\mathrm{d}x=\int_0^t(-27+3t^2)\mathrm{d}t$$

得

$$x=t^3-27t$$

5. **解** (1) 由 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}+12t^2\boldsymbol{j}$ 得

$$\mathrm{d}\boldsymbol{v}=(2\boldsymbol{i}+12t^2\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

代入初始条件,积分

$$\int_0^{\boldsymbol{v}}\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\int_0^t(2\boldsymbol{i}+12t^2\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

得

$$\boldsymbol{v}=2t\boldsymbol{i}+4t^3\boldsymbol{j}$$

(2) 由 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2t\boldsymbol{i}+4t^3\boldsymbol{j}$ 得

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=(2t\boldsymbol{i}+4t^3\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

代入初始条件,积分

$$\int_{3\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{r}}\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^t(2t\boldsymbol{i}+4t^3\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

得

$$\boldsymbol{r}=t^2\boldsymbol{i}+(t^4+3)\boldsymbol{j}$$

6. **解** (1) 由 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-2v^2$ 得

$$\frac{\mathrm{d}v}{v^2}=-2\mathrm{d}t$$

代入初始条件,积分

$$\int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}v}{v^2} = \int_0^t -2\mathrm{d}t$$

得

$$v = \frac{v_0}{1+2v_0 t}$$

（2）由 $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}v = -2v^2$ 得

$$\frac{\mathrm{d}v}{v} = -2\mathrm{d}x$$

代入初始条件，积分

$$\int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}v}{v} = \int_0^x -2\mathrm{d}x$$

得

$$v = v_0 \mathrm{e}^{-2x}$$

质点运动学（二）

一、选择题

1. C（提示：由 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$，得 $r=$常数，质点到原点距离不变，质点绕原点作圆周运动或者静止；由 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\neq\mathbf{0}$ 与 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，知质点作匀速率运动）

2. B；3. C；4. D；5. C；6. A；7. C；8. B；9. C；10. B

二、填空题

1. 自然；大小；方向
2. 凹侧
3. 20
4. $a\cos\alpha$；$a\sin\alpha$；$\frac{v^2}{a\sin\alpha}$
5. 变速直线；匀速率曲线；匀速直线
6. $\boldsymbol{v}_{AK'}+\boldsymbol{v}_{K'K}$

三、计算题

1. **解** （1）由 $\theta=2+t^2$ 得 $\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=2t$，$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=2\ \mathrm{rad/s^2}$，$v=R\omega=t$，于是

$$a_{\mathrm{t}}=R\alpha=1\ \mathrm{m/s^2},\quad a_{\mathrm{n}}=R\omega^2=2t^2,\quad a=\sqrt{a_{\mathrm{t}}^2+a_{\mathrm{n}}^2}=\sqrt{1+4t^4}$$

（2）由题意 $2t^2=\frac{1}{2}\sqrt{1+4t^4}$，解得 $t^2=\frac{\sqrt{3}}{6}$ 代入运动方程，得

$$\theta=(2+\sqrt{3}/6)\ \mathrm{rad}=2.29\ \mathrm{rad}$$

2. **解** （1）从 $x=10\cos5t$，$y=10\sin5t$ 中消去 t，得轨迹方程

$$x^2+y^2=10^2$$

即质点在 xOy 平面上作半径为 10 m 的圆周运动。

(2) $$\boldsymbol{v}(t)=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=50(-\sin 5t\boldsymbol{i}+\cos 5t\boldsymbol{j})$$

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=50\sqrt{(-\sin 5t)^2+(\cos 5t)^2}=50\ \mathrm{m/s}$$

质点作匀速率圆周运动。

(3) $$\boldsymbol{a}(t)=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-250(\cos 5t\boldsymbol{i}+\sin 5t\boldsymbol{j})$$

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=250\sqrt{(-\cos 5t)^2+(\sin 5t)^2}=250\ \mathrm{m/s^2}$$

$$a_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0\ \mathrm{m/s^2},\quad a_{\mathrm{n}}=\frac{v^2}{R}=250\ \mathrm{m/s^2}$$

3. **解** (1) 由 $\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\pi$ 得

$$\mathrm{d}\omega=\pi\mathrm{d}t$$

代入初始条件,积分

$$\int_0^\omega \mathrm{d}\omega=\int_0^1 \pi\mathrm{d}t$$

得

$$\omega=\pi\ \mathrm{rad/s}$$

$$a_{\mathrm{n}}=R\omega^2=10\pi^2\ \mathrm{m/s^2},\quad a_{\mathrm{t}}=R\alpha=10\pi\ \mathrm{m/s^2}$$

(2) $$a=\sqrt{a_{\mathrm{n}}^2+a_{\mathrm{t}}^2}=10\pi\sqrt{\pi^2+1}\ \mathrm{m/s^2}$$

$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}$ 夹角 θ 满足

$$\tan\theta=\frac{a_{\mathrm{n}}}{a_{\mathrm{t}}}=\pi$$

即

$$\theta=\arctan\pi$$

4. **解** 由 $\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\omega\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta}=-\sin\theta$ 得

$$\omega\mathrm{d}\omega=-\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

代入初始条件,积分

$$\int_{\omega_0}^\omega \omega\mathrm{d}\omega=\int_0^\theta -\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

整理得

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2+2(\cos\theta-1)}$$

5. **解** 由题意知,$t=0$,$v_0=0$。

(1) 由 $a_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=3$ 得

$$\mathrm{d}v=3\mathrm{d}t$$

代入初始条件,积分

$$\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t 3\mathrm{d}t$$

得