

引 言

工程力学是一门研究物体的机械运动以及构件的强度、刚度和稳定性的科学。它包括理论力学和材料力学两门课程中的相关内容。

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

物体在空间的位置随时间的变化,称为机械运动。机械运动是人们生活和生产实践中最常见的一种运动。静止是机械运动的特殊情况。

在客观世界中,存在各种各样的物质运动,例如发热、发光和产生电磁场等的物理现象,化合和分解等的化学变化,同化和异化等的生物代谢过程,以及人的思维活动,等等。在物质的各种运动形式中,机械运动是最简单的一种。物质的各种运动形式在一定的条件下可以相互转换,而且在高级和复杂的运动中,往往存在简单的机械运动。

理论力学研究的内容是速度远小于光速的宏观物体的机械运动,它以伽利略和牛顿总结的基本定律为基础,属于古典力学的范畴。至于速度接近于光速的物体和基本粒子的运动,则必须用相对论和量子力学的观点才能完美地予以解释。宏观物体远小于光速的运动是日常生活及一般工程中最常遇到的,因此,古典力学有着最广泛的应用。理论力学所研究的则是这种运动中最一般、最普遍的规律,是各门力学分支的基础。

在工程中大量结构物、设备和机器,它们有的做机械运动,如直升机旋转的螺旋桨,往复式压缩机的活塞与连杆,机器人操作中的各个部件等;有的是静止的,如房屋结构、桥梁结构、机械中的支撑部件等。研究机械运动的规律以及静止物体的受力分析和平衡问题,都要用到理论力学的知识。理论力学的内容包括:研究在力系作用下平衡规律的**静力学**,研究物体运动几何性质的**运动学**,以及研究物体机械运动与作用力之间关系的**动力学**。

工程结构或机械的各单个组成部分,如建筑物的梁和柱、机床的轴等,统称为**构件**。当工程结构或机械工作时,构件将受到外力的作用。例如,机床主轴受到齿轮啮合力和切削力的作用,建筑物的梁受到自身重力和其他物体对它的作用力。构件通常由固体构成,在外力作用下,固体内各点的位置发生的改变,称为**位移**,固体的形状和尺寸也将发生变化,称为**变形**。

实践表明:作用力越大,构件的变形越大,当作用力过大时,构件将发生断裂或显著的塑性变形。显然,构件发生意外断裂或显著塑性变形是不容许的。对于许多构件,工作时产生过大变形一般也是不容许的。例如,如果齿轮轴的变形过大,必然会影响齿与齿间的正常啮合。实践中还发现,有些构件在某种外力作用下,将发生不能保持其原有平衡形式的现象。例如,轴向受压的细长连杆,当所加压力达到或超过某一数值时,连杆将从直线形态突然变弯,而且变形很大。

针对上述情况,为保证工程结构或机械能正常工作,构件应有足够的能力负担起应当承受的载荷。因此,它应当满足以下要求。

(1) **强度要求**。在规定载荷作用下的构件不应破坏。例如,建筑物的梁不可折断,储气罐不应爆裂。强度要求就是指构件应有足够的抵抗破坏的能力。

(2) **刚度要求**。在载荷作用下,构件即使有足够的强度,倘若变形过大,仍不能正常工作。例如,机床主轴变形过大,将影响加工精度。刚度要求就是指构件应有足够的抵抗变形的能力。

(3) **稳定性要求**。有些受压力作用的细长杆,如千斤顶的螺杆、高架桥的立柱等,应始终维持原有的直线平衡形态,不被压弯。稳定性要求就是指构件应有足够的保持原有平衡形态的能力。

若构件横截面尺寸不足、形状不合理,或材料选用不当,将不能满足上述要求,从而不能保证工程结构或机械的安全工作。相反,不恰当地加大横截面尺寸或选用优质材料,虽然满足了上述要求,却因材料浪费增加了成本。材料力学就是研究构件的强度、刚度和稳定性问题,以及为设计满足这些条件且既经济又安全的构件提供理论基础和计算方法。

在构件的静力分析和静力设计中,需要用到静力学知识。静力学是材料力学、结构力学、弹性力学、机械设计等很多后续课程的基础。本课程包括静力学和材料力学两篇内容。

第 1 篇 静 力 学

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。它主要研究两个问题：作用在物体上的力系的简化方法和物体在力系作用下的平衡条件。

(1) **力系的简化**。作用在物体上的一群力,称为**力系**。若作用在物体上的力系可用另一力系来代替而不改变它对物体的效应,则称这两个力系为**等效力系**。力系的简化是指,用一个简单的等效力系来代替作用在物体上的一个复杂的力系。研究力系简化的目的是通过简化物体的受力情况,进一步进行分析和研究。

(2) **物体的平衡条件**。物体的平衡条件是指物体处于平衡状态时,作用在其上的力系应满足的条件。根据平衡条件,可以求出作用于物体上的某些未知力。

第 1 章 静力学基本概念和物体的受力分析

§ 1.1 力、刚体和平衡的概念

1. 力的概念

力的概念是人们从长期的观察和实践中经过抽象而得到的。例如,当人们用手推、拉、掷或举起物体时,可使物体的运动状态发生变化;滚动的车轮受到制动块的摩擦作用,会使滚动变慢;空中落下的物体,由于地心引力的作用越落越快。上述物体运动状态的变化是由于物体间的相互机械作用而产生的。物体间相互的机械作用还能引起物体的变形,如杆件受拉力作用而伸长,受压力作用而缩短。所以,力的概念可概括为:力是物体间相互的机械作用,作用结果是使物体的机械运动状态发生变化,还可使物体发生变形。

物体受力后产生的效应有两种:一种是机械运动状态的变化,另一种是变形。前者是力对物体的外效应,后者是力对物体的内效应。

需要指出的是,力是物体间相互的机械作用,是不能脱离物体而存在的。在分析物体的受力情况时,必须分清物体间相互作用的关系,不然就无法分析物体的受力情况。

实践表明,作用于物体的力因大小、方向、作用位置的不同,将使物体产生不同的效应。因此,力的大小、方向和作用点是力的三要素。力是矢量,本书中用加粗斜体字母 \boldsymbol{F} 表示力矢量,用斜体字母 F 表示力的数值。在国际单位制中,力的单位是 N(牛顿)或 kN(千牛)。

2. 刚体的概念

工程上常用的材料,如钢、铸铁、混凝土、木材等,在制成构件后,通常都有足够的抵抗变形的能力。例如,街道旁的广告牌立柱,在风载荷作用下,立柱轴线上最大水平位移与高度相比非常小,因此,对立柱进行受力分析时,变形是一个次要因素,可以忽略不计。再如,当两人用直杆抬重物时,直杆微小弯曲变形对两人所受压力的分配影响极小,因此,计算每人所受压力时,可以忽略直杆的变形。在研究物体的受力情况时,为了使问题简化,忽略物体变形,将原物体用一理想化的力学模型,即刚体来代替。刚体是指在力的作用下不发生变形的物体,或者说,在力的作用下任何两点之间的距离始终保持不变的物体。静力学中将物体视为刚体。

3. 平衡的概念

物体受一力系作用,如物体做匀速直线运动或静止,则称物体处于平衡状态,作用在物体上的力系称为平衡力系。工程上所指的物体平衡,一般是相对于地球而言。

§1.2 静力学公理

公理是指公认的不需要证明又不可证明的真理,是人们在长期生活和生产实践中总结出来并被反复检验的认识。静力学公理是静力学研究中最基本的理论依据,包括力的平行四边形法则、二力平衡原理、加减平衡力系原理、作用力和反作用力定律以及刚化原理。

公理 1 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以形成一个合力。合力的作用点还是该点,合力的大小和方向可以用这两个力为边构成的平行四边形的对角线表示,如图 1-1 所示。也可认为,合力矢等于这两个力矢的矢量和或几何和,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

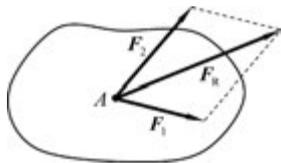


图 1-1

公理 2 二力平衡原理

作用在刚体上的两个力,使刚体保持平衡的必要和充分条件是:这两个力的大小相等,方向相反,且位于同一条直线上。

该公理表明了作用于刚体上的最简单的平衡力系必须满足的条件。工程中经常遇见两个力作用下处于平衡状态的刚体,称之为**二力构件**。二力构件上的两个力必大小相等,方向相反,且在同一条直线上。

公理 3 加减平衡力系原理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,不改变原力系对刚体的作用效应。

在上述公理的基础上,可得出以下两条推理。

推理 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线滑移到刚体内的另一点,不会改变它对刚体的作用效应。

证明:在刚体上的点 A 作用力 \mathbf{F} ,如图 1-2(a)所示。根据加减平衡力系原理,可以在力的作用线上任取一点 B,在该点加上两个相互平衡的力 \mathbf{F}_1 和 \mathbf{F}_2 ,并让 $\mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}$,如图 1-2(b)所示。由于力 \mathbf{F} 和 \mathbf{F}_1 也是一个平衡力系,故可减去这对力,剩下的力 \mathbf{F}_2 与原来的力 \mathbf{F} 等效,如图 1-2(c)所示,相当于原来的力 \mathbf{F} 沿其作用线滑移到了点 B。

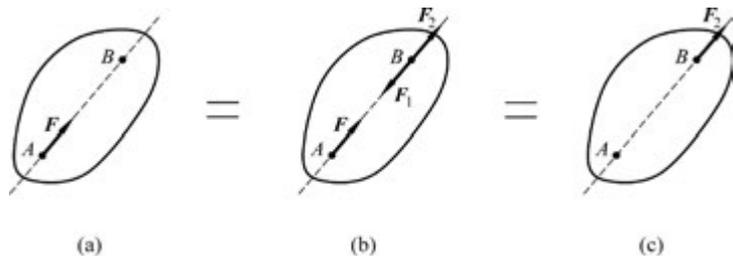


图 1-2

由此可见,对于刚体而言,力的作用点已不是决定力的作用效应的要素,它已被作用线替代。因此,作用于刚体上的力的三要素是力的大小、方向和作用线。

作用于刚体上的力可以沿其作用线滑移,这种矢量称为滑移矢量。

推理 2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上的三个相互平衡的力,若其中两个力的作用线汇交于一点,则第三个力的作用线必通过该汇交点,且三个力位于同一平面内。

证明: 如图 1-3 所示,在刚体的 A 、 B 、 C 三个点上,分别作用三个相互平衡的力 F_1 、 F_2 、 F_3 。根据力的可传性,将力 F_1 和 F_2 沿其作用线滑移到汇交点 O ,再根据力的平行四边形法则,得出合力 F_{12} 。于是力 F_3 和 F_{12} 平衡。由二力平衡原理, F_3 和 F_{12} 必共线。因此, F_3 必通过 F_1 和 F_2 作用线的汇交点 O ,同时也位于 F_1 和 F_2 决定的平面内。

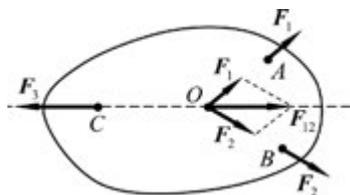


图 1-3

公理 4 作用力和反作用力定律

作用力和反作用力总是同时存在,两个力的大小相等、方向相反,沿着同一直线分别作用于两个相互作用的物体上。若用 F 表示作用力, F' 表示反作用力,则

$$F' = -F$$

该公理就是牛顿第三定律。由于作用力和反作用力是分别作用在两个物体上,因此不同于两个力作用于同一个物体的二力平衡问题。

公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡,如将变形体刚化为刚体,其平衡状态保持不变。

该公理提供了把变形体视为刚体模型的条件。如图 1-4(a)所示,绳索在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡,如果将绳索刚化为刚体,其平衡状态保持不变。反之就不一定成立,如图 1-4(b)所示,如将两个等值反向的压力作用在刚体上能保持平衡,但作用在绳索上就不能保持平衡了。

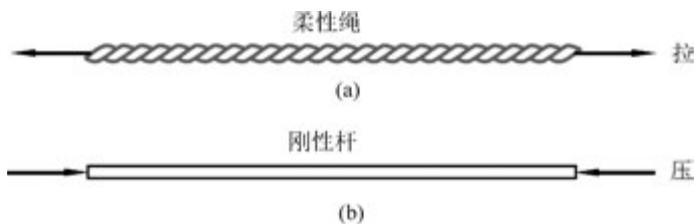


图 1-4

由此可见,刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件,但不是充分条件。

静力学全部理论都可以根据上述 5 个公理推证得到。

§1.3 约束和约束力

有些物体,例如抛出的石块、飞行的飞机、发射的导弹等,它们在空间的位移不受任何限制。位移不受限制的物体称为**自由体**。相反,有些物体在空间的位置会受到一定的限制。例如,汽车受路面的限制,只能在路面上行驶;电动机转子受轴承的限制,只能绕轴线转动;悬挂的重物受绳索的限制,不能下落。位移受限制的物体称为**非自由体**。对非

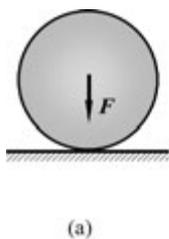
自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为**约束**,如上述的地面、轴承、绳索等。

从力学角度来看,约束对物体的作用就是力,这种力称为**约束力**,因此约束力的方向与该约束能阻碍的位移方向相反。根据这个原则,可以判定约束力的方向或方位。在静力学中,约束力和物体受到的其他已知力(主动力或载荷)组成平衡力系,因此可用平衡条件求出约束力的大小。

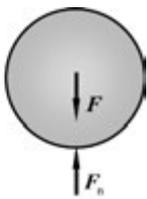
下面介绍几种在工程中常见的约束类型和确定约束力方向或方位的方法。

1. 理想光滑面约束

这种约束只能阻止物体沿着接触点的公法线并向约束内部的运动,但不能阻止物体离开约束面和沿其切线的运动。因此,约束力应通过接触点,并沿公法线指向被约束物体。例如,在车轮与钢轨接触时,如图 1-5(a)所示,若不计钢轨的摩擦,则钢轨可被视为光滑面约束,车轮在主动力 F 的作用下向下运动的趋势,而约束力 F_n 则沿公法线铅直向上,如图 1-5(b)所示;圆筒容器(所受重力为 W)在拼装过程中安放在托轮上,如图 1-6(a)所示,容器和托轮分别在点 A 和 B 处接触,托轮作用于容器的约束力 F_{nA} 和 F_{nB} 分别沿接触点的公法线,即沿圆筒的半径方向,指向圆心 C ,如图 1-6(b)所示;板搁置在刚性凹槽内,板与凹槽在 A 、 B 、 C 三点接触,如图 1-7(a)所示,如果接触处光滑无摩擦,则三处的约束力分别为 F_{nA} 、 F_{nB} 、 F_{nC} ,它们也在各接触点的公法线上,如图 1-7(b)所示。

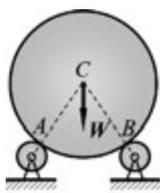


(a)

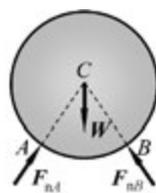


(b)

图 1-5

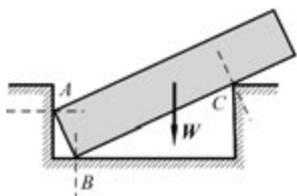


(a)

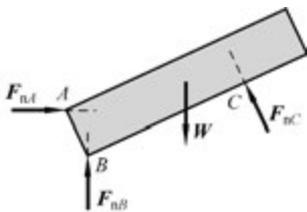


(b)

图 1-6



(a)



(b)

图 1-7

2. 柔性约束

绳子、链条、皮带、钢丝等柔性物体,不能抵抗压力,只能承受拉力,称为**柔性约束**。柔性约束只能限制物体沿伸长方向的位移,约束力作用在与物体的连接点上,作用线沿柔性约束,指向背离物体。如图 1-8(a)所示,用绳子 CA 和 CB 悬吊重物,它们对重物所产生的约束力分别是 F_{TA} 和 F_{TB} ,并且都指向点 C ,如图 1-8(b)所示。链条和胶带也都只能承受拉力,当它们绕在轮子上,对轮子的约束力沿轮缘的切线方向(图 1-9)。

需要注意,由绳子等柔性物体产生的约束力只能是拉力,不能是压力,因为柔性物体受压时不能阻碍物体的运动。



图 1-8

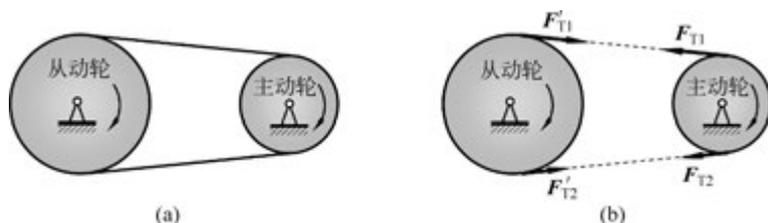


图 1-9

3. 光滑铰链约束

这类约束包括连接铰链、固定铰支座和向心轴承等。

图 1-10(a) 所示为一种光滑铰链, 其主要结构是将两个物体各钻圆孔, 中间用圆柱形销钉 A 连接起来, 通常称为连接铰链或中间铰, 其简化示意图用一个小圆圈表示, 如图 1-10(b) 所示。销钉与圆孔的接触面一般被认为是光滑的, 物体可以绕销钉 A 的轴线任意转动。销钉 A 的约束作用是, 阻止两个物体在销钉 A 处沿垂直于销钉轴线的平面内产生相对移动。因此, 连接铰链可以产生通过销钉中心、沿任意方向的约束力, 一般将其分解为沿 x 方向和 y 方向的两个互相垂直的约束力, 用 F_{Ax} 、 F_{Ay} 和 F'_{Ax} 、 F'_{Ay} 表示, 如图 1-10(c) 所示。如果将销钉 A 视为固连在其中的一个物体上, 这时两个物体相互约束, F_{Ax} 与 F'_{Ax} 是两个物体间的作用力和反作用力, F_{Ay} 与 F'_{Ay} 同样也是作用力和反作用力。当需要分析销钉 A 受力时, 把销钉分离出来单独研究, 这时 F_{Ax} 、 F_{Ay} 和 F'_{Ax} 、 F'_{Ay} 为销钉分别对两个物体的作用力, 同样销钉也受到两个物体对它的反作用力。

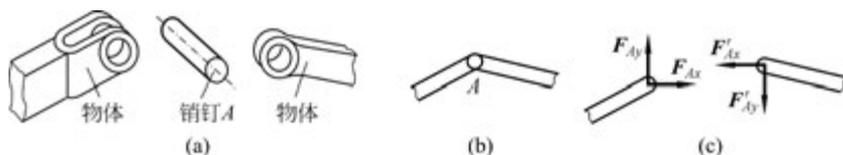


图 1-10

铰链连接中的两个物体, 如果有一个固定在地面或机架上作为支座, 如图 1-11(a) 所示, 则称这种约束为固定铰支座, 简称固定铰支, 其简化示意图和约束力如图 1-11(b) 所示。



图 1-11

图 1-12(a)所示为轴承装置,轴承允许轴在孔内任意转动,也可沿孔的中心线滑动,但限制了与轴线垂直方向的移动,称之为**向心轴承**,其简化示意图和约束力如图 1-12(b)和图 1-12(c)所示。向心轴承约束力的特点与连接铰链和固定铰支座相同,因此这类轴承可作为光滑铰链约束的一类。

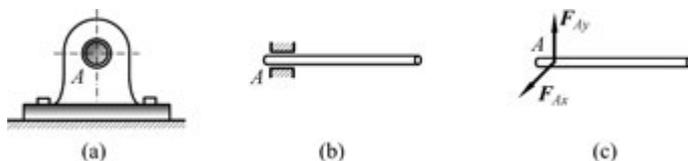


图 1-12

4. 滑动铰支座约束

这种支座是在固定铰支座和光滑支撑面之间装有几个辊轴构成,又称**可动铰支座**,简称**滑动铰支**或**可动铰支**,如图 1-13(a)所示。滑动铰支座可以沿支撑面移动,允许由于温度等变化而引起结构的自由伸长和缩短,阻止物体沿支撑面法向移动,但不能阻止物体沿支撑面切向移动,也不能阻止物体绕销钉 A 的轴线转动,因此其约束力必垂直于支撑面,且通过铰链中心。滑动铰支座的简化示意图和约束力如图 1-13(b)和图 1-13(c)所示。

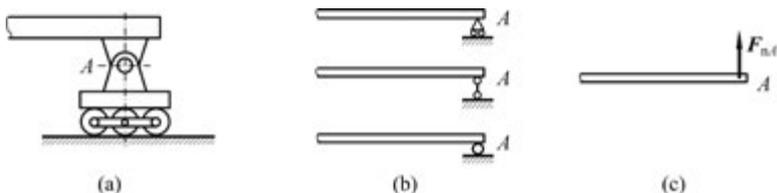


图 1-13

5. 球形铰链约束

理想的球形铰链是将连在物体上的圆球装在支承物的球窝里而构成的结构,如图 1-14(a)所示。一般假定,球和球窝的接触是绝对光滑的,球形铰链可阻止球心 A 沿任何方向的移动,但不能阻止物体绕球心任意转动。因此,球形铰链的约束力应是通过接触点和球心,但方向是不能预先确定的一个空间法向约束力,可用三个正交分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 、 F_{Az} 表示,其简图和约束力如图 1-14(b)和图 1-14(c)所示。只有二力构件两端用球形铰链连接时,球形铰链的约束力方向才可确定在二力构件的两个着力点的连线上。常用的**止推轴承**可近似地用球形铰链代替,如图 1-15 所示。

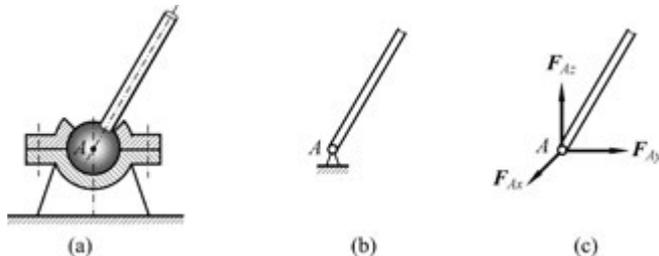


图 1-14