

3.1 概述

传感器的特性是指传感器所特有性质的总称。而传感器的输入-输出特性是其基本特性,一般把传感器作为二端网络研究时,输入-输出特性是二端网络的外部特性,即输入量和输出量的对应关系。由于输入作用量的状态(静态、动态)不同,同一个传感器所表现的输入-输出特性也不同,因此有静态特性和动态特性之分。由于不同传感器的内部参数各不相同,它们的静态特性和动态特性也表现出不同的特点,对测量结果的影响也各不相同。因此,从传感器的外部特性入手,分析它们的工作原理、输入-输出特性与内部参数的关系、误差产生的原因、规律、量程关系等是一项重要内容。本章主要从静态和动态角度研究输入-输出特性。

静态特性是指当输入量的各个值处于稳定状态(即输入量为常量或变化极慢)时传感器的输入-输出特性。动态特性是指当输入量随时间变化时传感器的输入-输出特性。

3.2 传感器与检测系统的静态特性

传感器的输入-输出关系或多或少地都存在非线性问题。在不考虑迟滞、蠕变等因素的情况下,其静态特性可用以下多项式代数方程表示。

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n \quad (3-1)$$

其中, y 代表仪表输出量,如电压、电流、偏转角等; x 代表被测物理量,如温度、压力、长度、速度等; a_0 为零位输出; a_1 为传感器理论灵敏度,常用 K 表示; $a_2, a_3, \cdots, a_n$ 为非线性项待定系数。

各项系数不同,决定了特性曲线的具体形式。

由式(3-1)可知,如果 $a_0 = 0$,表示静态特性通过原点。此时静态特性由线性项 a_1x 和非线性项 $a_2x^2, a_3x^3, \cdots, a_nx^n$ 叠加而成,一般可分为 4 种典型情况,如图 3-1 所示。

1) 理想线性

$$\begin{aligned} a_0 &= a_2 = a_3 = \cdots = a_n = 0 \\ y &= a_1x = Kx, \quad K \text{ 为常数} \end{aligned}$$

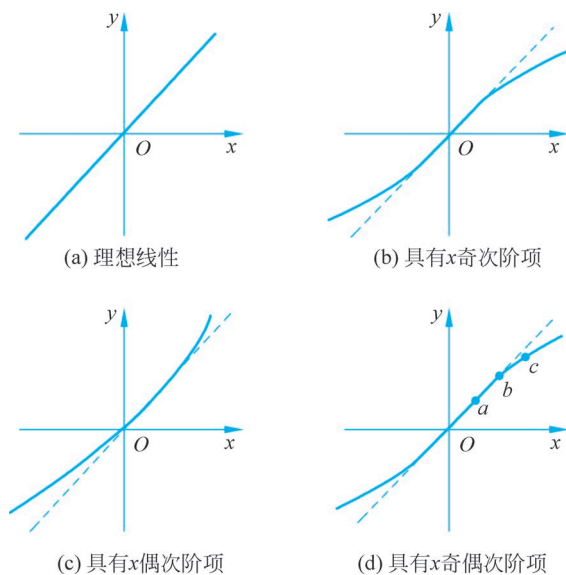


图 3-1 传感器的 4 种典型静态特性

2) 具有 x 奇次阶项的非线性

$$y = a_1x + a_3x^3 + a_5x^5 + \dots$$

特点:

- (1) 在原点附近基本上为直线;
- (2) $y(x) = -y(-x)$, 关于原点对称。

3) 具有 x 偶次阶项的非线性

$$y = a_1x + a_2x^2 + a_4x^4 + \dots$$

不关于原点对称。

4) 具有 x 奇偶次阶项的非线性

$$y = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots$$

由此可见,除了图 3-1(a)所示为理想线性关系外,其余均为非线性关系,其中具有 x 奇次阶项的曲线(见图 3-1(b)),在原点附近一定范围内基本上是线性关系特性。

在实际设计仪表的时候,应尽量减少高次项系数,这样在输入量变化不大的范围(量程)内,使输入-输出特性近似线性化。特别是要去掉偶次项非线性,或采取措施完全消除非线性系数,这叫作静态特性的线性化。

实际应用中,若非线性项的幂次不高,则在输入量变化不大的范围内,用切线或割线代替实际的静态特性曲线的某一段,使传感器的静态特性接近于线性,这称为传感器特性曲线的线性化。在设计传感器时,应将测量范围选择在静态特性最接近直线的一小段,此时原点可能不在零点。传感器静态特性的非线性,使其输出不能成比例地反映被测量的变化情况,而且对动态特性也有一定的影响。

传感器的静态特性是在静态标准条件下测定的。在标准工作状态下,利用一定准确度等级的校准设备,对传感器进行往复循环测试,即可得到输出-输入数据。将这些数据列成表格,再画出各被测量(正行程和反行程)对应输出平均值的连线,即为传感器的静态校准曲线。

衡量传感器静态特性的主要指标为线性度、迟滞、重复性、分辨力、稳定性、温度稳定性、各种抗干扰稳定性等。

3.3 传感器与检测系统静态特性主要参数

1. 线性度(非线性误差)

静态特性曲线可由实际测试获得,在获得测试曲线之后,为了标定和数据处理方便,希望得到线性关系。这时可采取各种方法,包括计算机硬件和软件补偿,进行线性化处理。一般来说,这些办法都比较复杂。所以在非线性误差不太大的情况下,总是采用直线拟合的办法进行线性化。

传感器的线性度计算方法如图 3-2 所示。在采用直线拟合线性化时,输入输出的校准曲线与其拟合直线之间的最大偏差称为非线性误差,通常用相对误差来表示,即

$$\delta_L = \pm \frac{\Delta L_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (3-2)$$

其中, $\Delta L_{\max}$ 为校准曲线与拟合直线间的最大偏差; Y_{FS} 为拟合直线对应的满量程输出, $Y_{FS} = Y_{\max} - Y_0$, 即拟合直线对应测量范围上、下限的输出值。有时为了计算的简便,也可以用传感器校准曲线对应的满量程输出 $y_{FS} = y_{\max} - y_0$ 代替 Y_{FS} 进行计算。

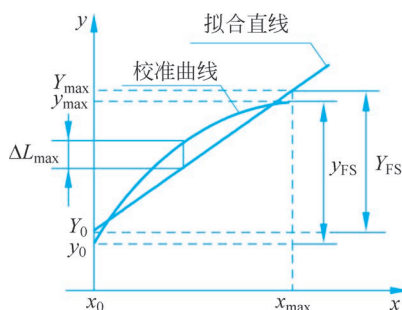


图 3-2 传感器线性度的计算

由此可见,非线性误差的大小是以一定的拟合直线为基准而得来的。拟合直线不同,非线性误差也不同。所以,选择拟合直线的主要出发点是获得最小的非线性误差,另外,还应考虑使用、计算方便等。

目前常使用的拟合方法有理论拟合、过零旋转拟合、端点拟合、端点平移拟合和最小二乘法拟合等。前 4 种方法如图 3-3 所示,实线为实际输入-输出的校准曲线,虚线为拟合直线。

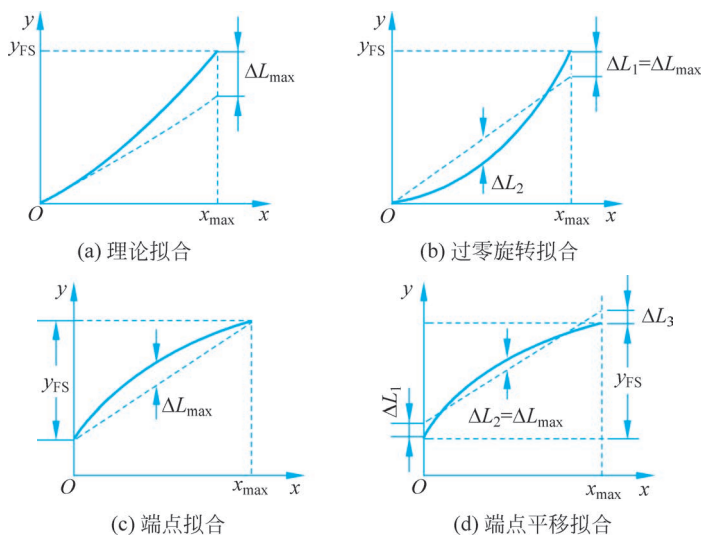


图 3-3 各种直线的拟合方法

在图 3-3(a)中,作一条特性曲线在原点的切线作为拟合直线,这条直线称为传感器的理论特性,与实际测试值无关。这种方法十分简便,但一般来说 $\Delta L_{\max}$ 很大。

图 3-3(b)为过零旋转拟合,常用于校准曲线过零的传感器。拟合时,使 $\Delta L_1 = |\Delta L_2| = \Delta L_{\max}$,这种方法也比较简单,非线性误差比理论拟合小很多。

图 3-3(c)中,把校准曲线两端点的连接作为拟合直线。这种方法比较简便,但 $\Delta L_{\max}$ 较大。在一般文献中,此类方法称为端基法。

$$y = a_0 + kx$$

其中, y 为输出量; x 为输入量; a_0 为 y 轴上的截距; k 为直线的斜率。

图 3-3(d)在图 3-3(c)基础上直线平移,移动距离为图 3-3(c)中 $\Delta L_{\max}$ 的一半。这条校准曲线在拟合直线的两端, $\Delta L_2 = |\Delta L_1| = |\Delta L_3| = \Delta L_{\max}$ 。与图 3-3(c)相比,非线性误差减小一半,提高了准确度。

最小二乘法在误差理论中的基本含义:在具有等精度的多次测量中求最可靠值时,是当各测定值的测量值的残差平方和为最小时所求得的值。也就是说,把所有校准点数据都标在坐标图上,用最小二乘法拟合的直线,其校准点与对应的拟合直线上的点之间的残差平方和为最小。设拟合直线方程式为

$$y = a + kx \quad (3-3)$$

若实际校准测试点有 n 个,则第 i 个校准数据 y_i 与拟合直线上相应值之间的残差为

$$\Delta_i = y_i - (kx_i + a) \quad (3-4)$$

最小二乘法拟合直线的原理就是使 $\sum_{i=1}^n \Delta_i^2$ 为最小值,也就是使 $\sum_{i=1}^n \Delta_i^2$ 对 k 和 a 的一阶偏导数等于零,即

$$\frac{\partial}{\partial k} \sum \Delta_i^2 = 2 \sum (y_i - kx_i - a)(-x_i) = 0 \quad (3-5)$$

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum \Delta_i^2 = 2 \sum (y_i - kx_i - a)(-1) = 0 \quad (3-6)$$

从而求出 k 和 a 的表达式为

$$k = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (3-7)$$

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (3-8)$$

在获得 k 和 a 值之后,代入式(3-3)即可得到拟合直线,然后按式(3-4)求出误差的最大值 $\Delta i_{\max}$ 即为非线性误差。最小二乘法有严格的数学依据,尽管计算繁杂,但所得到的拟合直线精密度高,即误差小。

顺便指出,大多数传感器的校准曲线是通过零点的,或者使用“零点调节”使它通过零点。某些量程下限不为零的传感器,也应将量程下限作为零点处理。

2. 迟滞

传感器在正(输入量增大)、反(输入量减小)行程中输出与输入曲线不重合称为迟滞。也就是说,同样大小的输入量所采用的行程方向不同时,尽管输入为同一输入量,输出信号

大小却不相等。产生这种现象的主要原因是传感器机械部分存在不可避免的缺陷,如轴承摩擦、间隙、紧固件松动、材料内摩擦、积尘等,对于仪表主要原因为其中有储能元件。

传感器的迟滞特性如图 3-4 所示。迟滞大小一般由实验方法测得。迟滞误差一般以满量程输出的百分数表示,即

$$\delta_H = \pm \frac{1}{2} \frac{\Delta H_{\max}}{y_{FS}} \times 100\% \quad (3-9)$$

其中, $\Delta H_{\max}$ 为正反行程间输出的最大差值。

3. 重复性

重复性表征传感器在输入按同一方向作全量程连续多次变动时所得特性曲线不一致的程度。多次重复测试的曲线越重合,说明重复性越好,误差也越小。重复性的好坏是与许多随机因素有关,与产生迟滞现象具有相同的原因。

图 3-5 所示为传感器的重复特性,正行程的最大重复性偏差为 $\Delta R_{\max 1}$,反行程的最大重复性偏差为 $\Delta R_{\max 2}$ 。重复性误差取这两个偏差中的较大者,记为 $\Delta R_{\max}$,再以满量程输出的百分数表示,即

$$\delta_R = \pm \frac{\Delta R_{\max}}{y_{FS}} \times 100\% \quad (3-10)$$

重复性误差也常用绝对误差来表示。检测时也可选取几个测试点,对应每一点多次从同一方向接近,获得输出值序列 $y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in}$,计算出最大值与最小值之差作为重复性偏差 ΔR_i ,在几个 ΔR_i 中取出最大值 $\Delta R_{\max}$ 作为重复性误差。

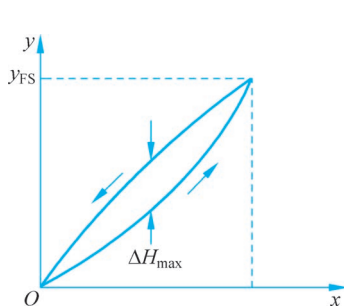


图 3-4 传感器的迟滞特性

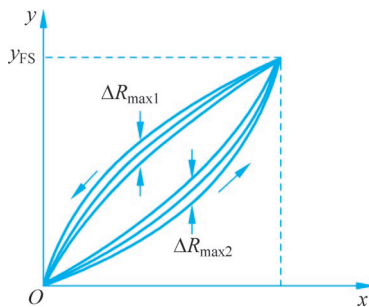


图 3-5 传感器的重复特性

4. 灵敏度与灵敏度误差

传感器输出的变化量 Δy 与引起该变化量的输入变化量 Δx 之比即为其静态灵敏度,其表达式为

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (3-11)$$

由此可见,传感器校准曲线的斜率就是其灵敏度,线性传感器的特性是斜率处处相等,灵敏度 k 是一个常数。以拟合直线作为其特性的传感器,也可以认为其灵敏度是一个常数,与输入量的大小无关。例如,位移 1mm,输出电压 300mV,则 $k = 300\text{mV/mm}$; 温度上升 1°C ,输出电压 2mV,则 $k = 2\text{mV}/^\circ\text{C}$ 。

由于种种原因,会引起灵敏度变化 Δk ,产生灵敏度误差。灵敏度误差用相对误差 γ_s 表示,即

$$\gamma_s = \frac{\Delta k}{k} \times 100\%$$

5. 分辨率与阈值

分辨率是指传感器能确切反映被测量的最低极限量。最小检测量越小,表示传感器检测微量的能力越高。

由于传感器的最小检测量易受噪声的影响,所以一般以相当于噪声电平若干倍的被测量为最小检测量,用公式表示为

$$M = \frac{CN}{k} \quad (3-12)$$

其中, M 为最小检测量; C 为系数(一般取 $1 \sim 5$); N 为噪声电平; k 为传感器灵敏度。

例如,电容式压力传感器的噪声电平为 0.2mV ,灵敏度 $k = 5\text{mV/mm}$,若取 $C = 2$,则根据式(3-12)计算得最小检测量为 0.08mm 。

数字式传感器的分辨率为输出数字指示值最后一位数字所代表的输入量。

在传感器输入零点附近的分辨率称为阈值。

6. 时间漂移、零点温度漂移和灵敏度温度漂移

漂移量的大小是表征传感器稳定性的重要性能指标。传感器的漂移有时会使整个测量或控制系统处于瘫痪。时间漂移通常是指传感器零位随时间变化的大小。

1) 时间漂移

$$y_0 = \frac{|y_0'' - y_0'|_{\max}}{y_{FS} \Delta t} \times 100\%$$

其中, y_0'' 为稳定 Δt 小时后的传感器的零位输出值(注意,稳定时间可规定为大于 Δt 小时的任意值); y_0' 为传感器原先的零位输出值; y_{FS} 为满量程输出值。

2) 零点温度漂移

$$y_{0t} = \frac{y_{0(T_2)} - y_{0(T_1)}}{y_{FS(T_1)} \Delta T} \times 100\%$$

3) 灵敏度温度漂移

$$y_s = \frac{y_{FS(T_2)} - y_{FS(T_1)}}{y_{FS(T_1)} \Delta T} \times 100\%$$

其中, $y_{0(T_1)}$ 与 $y_{0(T_2)}$ 分别为起始温度为 T_1 与终止温度为 T_2 时的零位输出值; $y_{FS(T_1)}$ 与 $y_{FS(T_2)}$ 分别为 T_1 与 T_2 温度下的满量程输出值。

7. 多种抗干扰能力

这是指传感器对各种外界干扰的抵抗能力,如抗冲击和振动能力、抗潮湿的能力、抗电磁场干扰的能力等,评价这些能力比较复杂,一般也不易给出数量概念,需要具体问题具体分析。

8. 静态误差

静态误差是指传感器在其全量程内任意点的输出值与其理论输出值的偏离程度。静态误差的求取方法为把全部校准数据与拟合直线上对应值的残差看成随机分布,求出其标准偏差 σ ,即

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2} \quad (3-13)$$

其中, Δy_i 为各种测试点的残差; N 为测试点数。

取 2σ 或 3σ 值即为传感器的静态误差。静态误差也可用相对误差表示, 即

$$\gamma = \pm \frac{3\sigma}{y_{FS}} \times 100\% \quad (3-14)$$

静态误差是一项综合性指标, 基本包含了前面叙述的非线性误差 δ_L 、迟滞误差 δ_H 、重复性误差 δ_K 、灵敏度误差 γ_s 等。所以, 也可以把这几个单项误差综合而得, 即

$$\delta = \pm \sqrt{\delta_L^2 + \delta_H^2 + \delta_K^2 + \gamma_s^2 + \dots}$$

3.4 传感器与检测系统的动态特性

实际中大量的被测信号是随时间变化的动态信号, 这时传感器的输出能否良好地追随输入量的变化是一个很重要的问题。有的传感器尽管其静态特性非常好, 但不能很好地追随输入量的快速变化而导致严重误差。这种动态误差若不注意加以控制, 可以高达百分之几十甚至百分之几百, 这就要求我们认真注意传感器的动态响应特性。

研究动态特性, 可以从时域和频域两方面采用瞬态响应法和频率响应法来分析。

由于输入信号的时间函数形式是多种多样的, 在时域内研究传感器的响应特性时, 只能研究几种特定输入时间函数的响应特性, 如阶跃函数、脉冲函数和斜坡函数等。在频域内研究动态特性可以采用正弦信号发生器和精密测量设备很方便地得到频率响应特性。动态特性好的传感器应具有很短的暂态响应时间或很宽的频率响应特性。

在研究传感器的动态特性时, 为了便于比较和评价, 经常采用的输入信号为单位阶跃输入量和正弦输入量。传感器的动态特性的分析和动态标定量也常采用这两种标准输入信号。

3.4.1 传感器与检测系统的动态数学模型

大多数传感器都是线性的或在特定范围内认为是线性的系统。在分析线性系统的动态响应特性时, 可以用数学方法来描述。传感器或检测系统动态特性的数学模型主要有 3 种形式: 时域分析用的微分方程、复频域用的传递函数、频域分析用的频率特性。测量系统动态特性由其本身各个环节的物理特性决定, 因此, 如果知道上述 3 种数学模型中的任意一种, 都可推导出另外两种形式的数学模型。

1. 微分方程

对于线性时不变的传感器或检测系统, 表征其动态特性的常系数线性微分方程式为

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (3-15)$$

其中, $y(t)$ 为输出量的时间函数; $x(t)$ 为输入量的时间函数; $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n$ 和 $b_0, b_1, \dots, b_{m-1}, b_m$ 为常数。

上述非齐次常微分方程可用经典的算子法求解。

对检测系统的动态特性进行分析,除了采用求输入-输出时域解的方法以外,还可以从频域进行分析,即通过分析系统的频率传递函数,分析系统对不同频率的输入信号的响应情况,了解其动态性能。

2. 传递函数

若传感器或检测系统的初始条件为零,则把传感器或检测系统输出(响应函数) $Y(t)$ 的拉普拉斯变换 $Y(s)$ 与传感器或检测系统输入(激励函数) $X(t)$ 的拉普拉斯变换 $X(s)$ 之比称为传感器或检测系统的传递函数 $H(s)$ 。

满足上述初始条件时,对式(3-15)两边进行拉普拉斯变换,得到测量系统的传递函数为

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (3-16)$$

其中,分母中 s 的最高指数 n 代表微分方程的阶数。相应地,当 $n=1$ 和 $n=2$ 时则分别称为一阶系统传递函数和二阶系统传递函数。由式(3-16)可得

$$Y(s) = H(s)X(s) \quad (3-17)$$

知道传感器或检测系统传递函数和输入函数,即可得到输出(测量结果)函数 $Y(s)$,然后利用拉普拉斯反变换,求出 $Y(s)$ 的原函数,即瞬态输出响应为

$$y(t) = L^{-1}[Y(s)] \quad (3-18)$$

传递函数具有以下特点。

(1) 传递函数是传感器或检测系统本身各环节固有特性的反映,它不受输入信号影响,但包含瞬态、稳态时间和频率响应的全部信息。

(2) 传递函数 $H(s)$ 是通过把实际传感器或检测系统抽象成数学模型后经过拉普拉斯变换得到的,它只反映测量系统的响应特性。

(3) 同一传递函数可能表征多个响应特性相似,但具体物理结构和形式却完全不同的设备,如一个RC滤波电路与有阻尼弹簧的响应特性就类似,它们同为一阶系统。

3. 频率(响应)特性

对系统的传递函数 $H(s)$,令 $s=j\omega$,得到测量系统的频率特性 $H(j\omega)$ 为

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \cdots + b_1 (j\omega) + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1 (j\omega) + a_0} \quad (3-19)$$

从物理意义上说,通过傅里叶变换可将满足一定初始条件的任意信号分解成一系列不同频率的正弦信号之和(叠加),从而将信号由时域变换至频域进行分析。因此,频率响应函数是在频域中反映测量系统对正弦输入信号的稳态响应,也称为正弦传递函数。

传递函数表达式(3-16)和频率特性表达式(3-19)形式相似,但前者是传感器或检测系统输出与输入信号的拉普拉斯变换式之比,其输入并不限于正弦信号,所反映的系统特性不仅有稳态,也包含瞬态;后者仅反映测量系统对正弦输入信号的稳态响应。

对于线性测量系统,其稳态响应(输出)是与输入(激励)同频率的正弦信号。对于同一正弦输入,不同传感器或检测系统稳态响应的频率虽相同,但幅度和相位角通常不同。当同一传感器或检测系统输入正弦信号的频率改变时,系统输出与输入正弦信号幅值之比随(输入信号)频率的变化关系称为传感器或检测系统的幅频特性,通常用 $A(\omega)$ 表示;系统输出与输入正弦信号相位差随(输入信号)频率的变化关系称为传感器或检测系统的相频特性,通常用 $\phi(\omega)$ 表示。幅频特性和相频特性合起来统称为传感器或检测系统的频率(响应)特

性。根据得到的频率特性可以方便地在频域直观、形象和定量地分析研究传感器或检测系统的动态特性。

绝大多数测量系统输出与输入的关系均可用零阶、一阶或二阶微分方程来描述。据此可以将测量系统分为零阶、一阶和二阶测量系统。不同阶数的检测系统,其动态特性参数是不同的,现分别叙述如下。

3.4.2 零阶系统的数学模型

对照式(3-15),零阶传感器的系数只有 a_0 和 b_0 ,于是微分方程为

$$a_0 y(t) = b_0 x(t)$$

或

$$y(t) = \frac{b_0}{a_0} x(t) = kx(t)$$

其中, k 为灵敏度系数。

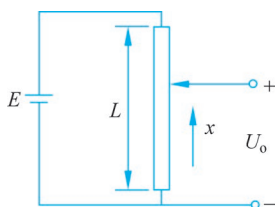


图 3-6 零阶线性电位器

例如,图 3-6 所示的线性电位器就是一个零阶传感器,用它测量电刷的位移 x 。

设电位器的阻值是沿长度 L 线性分布的,则输出电压和电刷位移之间的关系为

$$U_0 = \frac{E}{L} x = kx$$

其中, U_0 为输出电压; E 为电源电压; x 为电刷位移。

输出电压 U_0 与位移 x 成正比,它对任何频率输入均无时间滞后。这是一种理想的输入输出关系,实际上由于存在寄生电容和电感,高频时会引起少量失真,影响动态性能。

3.4.3 一阶(惯性)系统的数学模型及动态特性参数

1. 一阶系统的阶跃响应

对照式(3-15),一阶系统的微分方程系数除 a_0 、 a_1 和 b_0 外,其他系数均为 0,因此可以写成

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t)$$

其标准形式为

$$\frac{a_1}{a_0} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{b_0}{a_0} x(t)$$

即

$$\tau \frac{dy(t)}{dx(t)} + y(t) = kx(t) \quad (3-20)$$

其中, k 为静态灵敏度, $k = \frac{b_0}{a_0}$; τ 为时间常数, $\tau = \frac{a_1}{a_0}$ 。

可以通过对系统输入端加阶跃信号的方法考查其动态特性。当系统阶跃输入的幅值为

A 时,对一阶测量系统传递函数(式(3-20))进行拉普拉斯反变换,得到一阶系统对阶跃输入的输出响应表达式为

$$y(t) = kA(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3-21)$$

其输出响应曲线如图 3-7 所示。

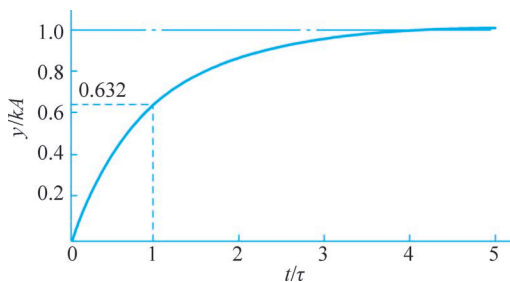


图 3-7 一阶系统对阶跃输入的响应

2. 一阶系统的动态特性参数

一阶系统时域动态特性参数主要是时间常数及与之相关的输出响应时间。

1) 时间常数 τ

时间常数是一阶系统最重要的动态性能指标,一阶系统为阶跃输入时,其输出量上升到稳态值的 63.2% 所需的时间,就为时间常数 τ 。一阶系统为阶跃输入时响应曲线的初始斜率为 $1/\tau$ 。

2) 响应时间 t_s

从式(3-21)和图 3-7 可以看出,一阶系统响应 $y(t)$ 随时间 t 增加而增大,当 $t = \infty$ 时趋于最终稳态值,即 $y(\infty) = kA$ 。理论上,在阶跃输入后的任何具体时刻都不能得到系统的最终稳态值,即总是 $y(t < \infty) < kA$ 。因而,工程上通常把 $t_s = 4\tau$ (这时有一阶系统的输出 $y(4\tau) \approx y(\infty) \times 98.2\% = 0.982kA$) 当作一阶测量系统对阶跃输入的输出响应时间。一阶系统的时间常数越小,其系统输出的响应就越快。

3. 一阶系统的频率特性

对式(3-20)进行拉普拉斯变换,可得到一阶系统的传递函数表达式为

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{1 + \tau s} \quad (3-22)$$

一阶系统的频率特性表达式为

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{k}{1 + j\omega\tau} \quad (3-23)$$

其幅频特性表达式为

$$|H(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \quad (3-24)$$

其相频特性表达式为

$$\phi(\omega) = -\arctan(\omega\tau) \quad (3-25)$$

将 $|H(j\omega)|$ 和 $\phi(\omega)$ 绘成曲线,如图 3-8 所示。幅频特性的纵坐标采用分贝值,其定义已标在图上;横坐标也是对数坐标,但直接标注 ω 值。这种图又称为波特(Bode)图。

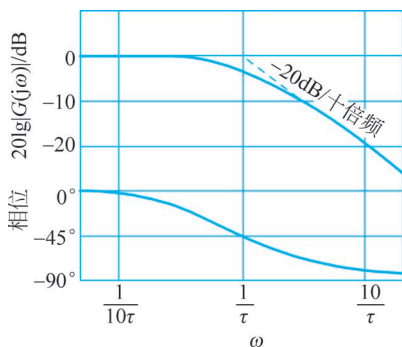


图 3-8 一阶系统波特图

由图 3-8 可知,一阶系统只有在 $\omega\tau$ 值很小时才近似于零阶系统的特性(即 $|G(j\omega)|=k$)。当 $\omega\tau=1$ 时,传感器的灵敏度下降了 3dB(即 $|G(j\omega)|=0.707k$)。如果取灵敏度下降到 3dB 时的频率为工作频带的上限,则一阶系统的上截止频率为 $\omega_H=1/\tau$,所以时间常数 τ 越小,工作频带越宽。

综上所述,用一阶系统描述的检测系统,其动态响应特性的优劣主要取决于时间常数。 τ 越小越好。 τ 小时,则阶跃响应的上升过程快,而频率响应的上截止频率高。

3.4.4 二阶(振荡)系统的数学模型及动态特性参数

1. 二阶系统的阶跃响应

相当多的传感器,如测压、测力和加速度传感器等都可以近似地看作二阶系统,可以用下列二阶常微分方程描述其输入、输出信号之间的动态关系。

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x$$

将方程写成标准形式为

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{dy}{dt} + y = kx \quad (3-26)$$

其中, $k=b_0/a_0$ 为静态灵敏度; $\omega_n=\sqrt{a_0/a_2}$ 为无阻尼固有频率; $\zeta=a_1/2\sqrt{a_0 a_2}$ 为阻尼比。

对于二阶系统,当输入信号 $x(t)$ 为幅值等于 A 的阶跃信号时,通过对二阶系统传递函数(式(3-26))进行拉普拉斯反变换,可得常见二阶系统(通常有 $0<\zeta<1$,称为欠阻尼)对阶跃输入的响应表达式为

$$y(t) = kA \left[1 - \frac{e^{-\omega_n \zeta t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(\omega_d t + \arctan \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) \right] \quad (3-27)$$

其中,右边括号外的系数与一阶系统阶跃输入时的响应相同,其全部输出由两项叠加而成。其中一项为不随时间变化的稳态响应 kA ,另一项为幅值随时间变化的阻尼衰减振荡(暂态响应)。暂态响应的振荡角频率 ω_d 称为系统有阻尼自然振荡角频率。暂态响应的幅值按指数 $e^{-\omega_n \zeta t}$ 规律衰减,阻尼比 ζ 越大,暂态幅值衰减越快。如果 $\zeta=0$,则二阶测量系统对阶跃输入的响应将为等幅无阻尼振荡;如果 $\zeta=1$,则称为临界阻尼,这时二阶测量系统对阶跃输入的响应为稳态响应 kA 叠加上一项幅值随时间指数减少的暂态项,系统响应无振荡;如果 $\zeta>1$,则称为过阻尼,其暂态响应为两个幅值随时间指数减少的暂态项,且因其中一个衰减很快(通常可忽略其影响),整个系统响应与一阶系统对阶跃输入响应相近,可把其近似地作为一阶系统分析对待。

在阶跃输入下,不同阻尼比对(二阶测量)系统响应的影响如图 3-9 所示。

2. 二阶系统的动态特性参数

由图 3-9 可见,阻尼比 ζ 和系统有阻尼自然振荡角频率 ω_d 是二阶测量系统最主要的动

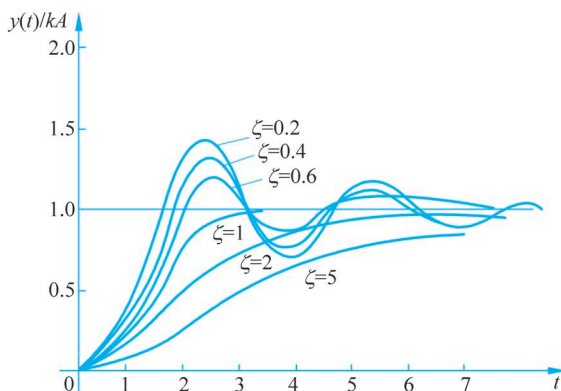


图 3-9 阶跃输入下,二阶测量系统(不同阻尼比)响应

态时域特性参数。常见 $0 < \zeta < 1$ 衰减振荡型二阶系统的时域动态性能指标示意图如图 3-10 所示。表征二阶系统在阶跃输入作用下时域主要性能指标主要如下。

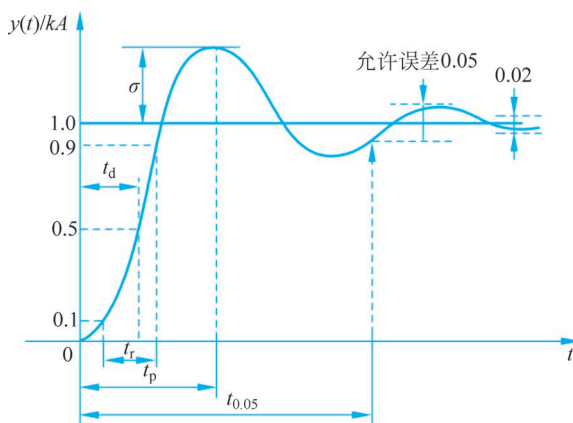


图 3-10 二阶系统的时域动态性能指标示意图

(1) 延迟时间 t_d : 系统输出响应值达到 50% 稳态值所需的时间。

(2) 上升时间 t_r : 系统输出响应值从 10% 达到 90% 稳态值所需的时间。

(3) 响应时间 t_s : 在响应曲线上, 系统输出响应达到一个允许误差范围的稳态值, 并永远保持在这一允许误差范围内所需的最小时间。根据不同的应用要求, 允许误差范围取值不同, 对应的响应时间也不同。工程中多数选系统输出响应第 1 次到达 95% 或 98% 稳态值 (也即允许误差为 $\pm 5\%$ 或 $\pm 2\%$) 的时间为响应时间。

(4) 峰值时间 t_p : 输出响应曲线达到第 1 个峰值所需的时间。因为峰值时间与超调量相对应, 所以峰值时间等于阻尼振荡周期的一半, 即 $t_p = T/2$ 。

(5) 超调量 σ : 输出响应曲线的最大偏差与稳态值比值的百分数。

(6) 衰减率 d : 衰减振荡型二阶系统过渡过程曲线上相差一个周期 T 的两个峰值之比。

上述衰减振荡型二阶传感器或检测系统的动态性能指标、相互关系及计算公式如表 3-1 所示。

表 3-1 $0 < \zeta < 1$ 二阶检测系统时域动态性能指标

名 称	计 算 公 式
振荡周期 T	$T = 2\pi / \omega_d$
振荡频率 ω_d	$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$
峰值时间 t_p	$t_p = \pi / (\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}) = \pi / \omega_d = T / 2$
超调量 σ	$\sigma = \exp(-\pi\zeta / \sqrt{1 - \zeta^2}) \times 100\% = \exp(-D/2) \times 100\%$
响应时间 t_s	$t_{0.05} = 3 / \zeta \omega_n = 3T / D$ $t_{0.02} = 3.9 / \zeta \omega_n = 3.9T / D$
上升时间 t_r	$t_r = (1 + 0.9\zeta + 1.6\zeta^2) / \omega_n$
延迟时间 t_d	$t_d = (1 + 0.6\zeta + 0.2\zeta^2) / \omega_n$
衰减率 d	$d = \exp(2\pi\zeta / \sqrt{1 - \zeta^2})$
对数衰减率 D	$D = 2\pi\zeta / \sqrt{1 - \zeta^2} = -2\ln\sigma$

3. 二阶系统的频率特性

在零起始条件下,将式(3-26)两边都进行拉普拉斯变换,可得到二阶系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k / \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3-28)$$

令 $s = j\omega$, 得到测量系统的频率特性为

$$G(j\omega) = \frac{k}{\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2 + \frac{2\zeta j\omega}{\omega_n} + 1}$$

其中,幅频特性为

$$|G(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (3-29)$$

相频特性为

$$\phi = \arctan\left(\frac{2\zeta\omega\omega_n}{\omega^2 - \omega_n^2}\right) \quad (3-30)$$

从式(3-29)和式(3-30)及图 3-11(a)的曲线可以得出以下几个结论。

当 $\omega / \omega_n \leq 1$ (即 $\omega \leq \omega_n$) 时, $|G(j\omega)| \approx k$, $\phi(\omega) \approx 0$, 即近似于理想的系统(零阶系统)。要想使工作频带加宽,最关键的是提高无阻尼固有频率 ω_n 。

当 $\omega / \omega_n \rightarrow 1$ (即 $\omega \rightarrow \omega_n$) 时,幅频特性和相频特性都与阻尼比 ζ 有着明显关系。可以分为 3 种情况。

(1) 当 $\zeta < 1$ (欠阻尼), $\omega / \omega_n \rightarrow 1$ (即 $\omega \rightarrow \omega_n$) 时,出现极大值,换句话说,就是出现共振现象;当 $\zeta = 0$ 时,共振频率就等于无阻尼固有频率 ω_n ; 当 $\zeta > 0$ 时,有阻尼的共振现象为 $\omega_d = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \omega_n$, 值得注意的是,这与有阻尼的固有频率 $\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n$ 是稍有不同的,不能混为一谈。另外, $\phi(\omega)$ 在 $\omega \rightarrow \omega_n$ 时趋近于 -90° 。一般在 ζ 很小时,取 $\omega \ll \omega_n / 10$ 的区域作为传感器的通频带。

(2) 当 $\zeta = 0.7$ (最佳阻尼) 时,幅频特性 $|G(j\omega)|$ 的曲线平坦段最宽,而且相频特性 $\phi(\omega)$ 接近于一条斜线。这种条件下若取 $\omega = \omega_n / 2$ 为宽频带,其幅度失真不超过 2.5%,但输出曲线要比输入曲线延迟 $\Delta t = \pi / 2\omega_n$ 。

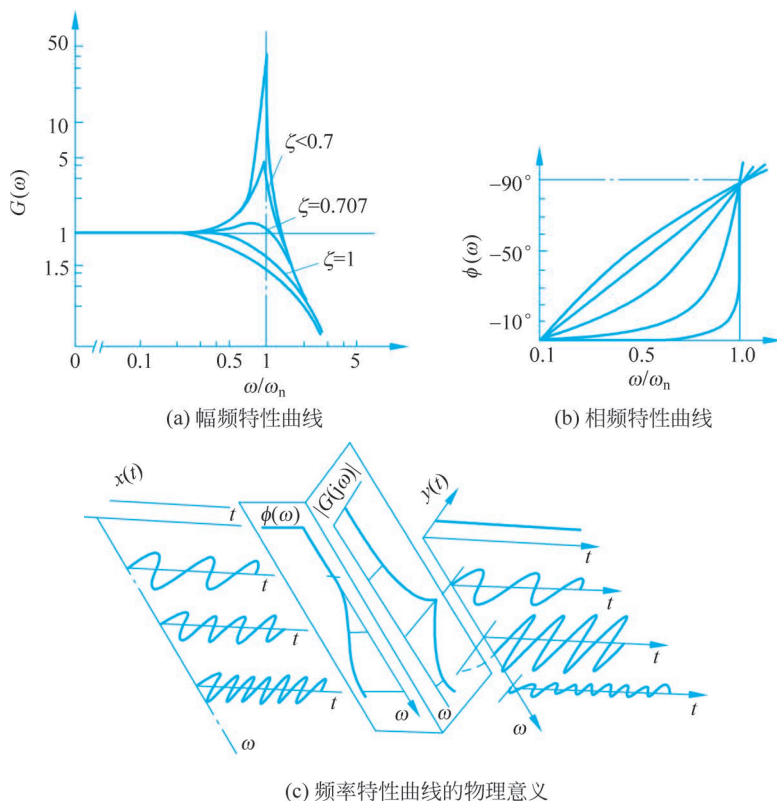


图 3-11 二阶系统的频率特性曲线及其物理意义

(3) 当 $\zeta=1$ (临界阻尼) 时, 幅频特性曲线永远小于 1。相应地, 其共振频率 $\omega_d=0$, 不会出现共振现象。但因为幅频特性曲线下落太快, 平坦段反而变窄了, 值得注意的是临界阻尼并非最佳阻尼, 不应混为一谈。

当 $\omega/\omega_n \gg 1$ (即 $\omega \gg \omega_n$) 时, 幅频特性曲线趋于零, 几乎没有响应。

综上所述, 用二阶系统描述的传感器动态特性的优劣主要取决于固有频率 ω_n 或共振频率 $\omega_d = \sqrt{1-2\zeta^2} \omega_n$ 。对于大部分传感器, 因为 $\zeta \ll 1$, 故 ω_n 与 ω_d 相差无几, 就不再详细区分。另外, 适当地选取 ζ 值也能改善动态响应特性, 从而减少过冲、加宽幅频特性的平坦段, 但相比之下不如增大固有频率的效果更直接、更明显。

3.5 传感器与检测仪器的校准

传感器或检测仪器在制造、装配完毕后都必须对其功能和技术性能进行全面测试, 以确定传感器或检测仪器的实际性能; 为使其符合规定的准确度等级要求, 出厂前通常须经过一一校准。传感器或检测仪器使用一段时间后会因弹性元件疲劳、运动机件磨损及腐蚀、电子元器件的老化等造成误差, 所以必须定期进行校准, 以保证测量的准确度。此外, 新购传感器或检测仪器在安装使用前, 为防止运输过程中由于振动或碰撞等原因造成的误差, 也应对其进行校准, 以保证检测准确度。

通常,利用某种标准器或高准确度标准表(这里指其测量误差小于被测传感器或检测仪器容许误差 $1/3$ 的高精度传感器或检测仪器)对被测传感器或检测仪器进行全量程比对性测量,称为标定;将传感器或检测仪器使用一段时间后(可在全量程范围内均匀地选择 5 个以上的校准点,其中应包括起始点和终点)进行的性能复测称为校准。由于标定与校准的本质相同,下面仅对传感器或检测仪器的校准进行介绍。

传感器或检测仪器的校准分为静态校准和动态校准两种。静态校准的目的是确定传感器或检测仪器的静态特性指标,如线性度、灵敏度、滞后和重复性等。动态校准的目的是确定传感器或检测仪器的动态特性参数,如频率响应、时间常数、固有频率和阻尼比等。

3.5.1 传感器或检测仪器的静态校准

1. 静态标准条件

传感器或检测仪器的静态特性是在静态标准条件下进行校准的。所谓静态标准条件,是指没有加速度、振动、冲击(除非这些参数本身就是被测物理量),以及环境温度一般为室温(20 ± 5) $^{\circ}\text{C}$ 、相对湿度不大于 85%、大气压力为(101 ± 7)kPa 的情况。

2. 校准器准确度等级的确定

静态校准可分为标准器件法(简称标准件法)和标准仪器法(简称标准表法)两种。以称重传感器或检测仪器校准为例,标准件法就是采用一系列高准确度的标准砝码作为称重传感器或检测仪器输入量与其输出进行正、反行程重复比对测量;称重传感器或检测仪器各测量点的测量值与标准砝码平均差值可作为传感器或检测仪器在该示值点的系统误差值,其相反数即为此测量点的修正值。而标准表法就是把准确度等级高于被校准称重传感器或检测仪器一两个等级(其测量误差至少要小于被校准传感器或检测仪器容许误差的 $1/3$)的高准确度传感器或检测仪器作为近似没有误差的标准表,与被称重传感器或检测仪器同时或依次对被测对象(本例为被校准称重传感器或检测仪器量程范围内重量不等的物质)进行重复测量,把标准表示值视为相对真值,如果被校准称重传感器或检测仪器示值与标准表示值之差大小稳定不变,就可将该差值作为此检测仪器在该示值点的系统误差,该差值的相反数即为此检测仪器在此点的修正值。

3. 静态特性校准的方法

对传感器或检测仪器进行静态特性校准,要在静态标准条件下选择比被校准传感器或检测仪器的规定准确度高一两个等级的标准设备,再对传感器或检测仪器进行静态特性校准。

校准步骤如下。

(1) 根据标准器的情况,将传感器或检测仪器全量程(测量范围)分成若干等间距点(一般至少均匀地选择 5 个以上的校准点,其中应包括起始点和终点)。

(2) 然后由小到大逐一增加输入标准量值,并记录被校准传感器或检测仪器与标准器相对应的输出值。

(3) 将输入值由大到小逐一减小,同时记录与各输入值相对应的输出值。

(4) 按步骤(2)和步骤(3)所述过程,对传感器进行正、反行程往复循环多次测试,将得到的输出-输入测试数据用表格列出或作出曲线。

(5) 对测试数据进行必要的处理,根据处理结果就可以确定被校准传感器或检测仪器

的线性度、灵敏度、滞后和重复性等静态特性指标。

3.5.2 传感器或检测仪器的动态校准

传感器或检测仪器的动态校准主要是研究传感器或检测仪器的动态响应,而与动态响应有关的参数包括:一阶系统只有时间常数 τ 一个参数;二阶系统则有固有频率 ω_n 和阻尼比 ζ 两个参数。

对传感器或检测仪器进行动态校准,需要有标准的激励信号源。为了便于比较和评价,通常要求标准的激励信号源能输出阶跃信号和正弦信号,即以一个已知的阶跃信号激励传感器或检测仪器,用高速、高精度仪器记录下传感器或检测仪器按自身的固有频率振动的运动状态后,分析、确定其动态参量;或者以一个振幅和频率均为已知、可调的标准正弦信号源激励传感器或检测仪器,并根据高速、高精度仪器记录下的运动状态,确定传感器或检测仪器的动态特性。

对于一阶传感器或检测仪器,外加阶跃信号,测得阶跃响应之后,取输出值达到最终值的 63.2% 所经历的时间作为时间常数 τ ,但这样确定的时间常数实际上没有涉及响应的全过程,测量结果仅取决于个别瞬时值,可靠性较差。如果用下述方法确定时间常数,可以获得较可靠的结果。

一阶传感器或检测仪器的单位阶跃响应函数为

$$y(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-31)$$

令 $z = \ln[1 - y(t)]$, 则式(3-31)可变为

$$z = -\frac{t}{\tau} \quad (3-32)$$

式(3-32)表明 z 和时间 t 呈线性关系,并且有 $\tau = \Delta t / \Delta z$ (见图 3-12)。因此,可以根据测得的 $y(t)$ 值作出 $z-t$ 曲线,并根据 $\Delta t / \Delta z$ 的值获得时间常数 τ ,这种方法考虑了瞬态响应的全过程。

二阶系统($\zeta < 1$)的单位阶跃响应为

$$y(t) = 1 - \left(\frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t + \arcsin \sqrt{1-\zeta^2}) \quad (3-33)$$

相应的响应曲线如图 3-13 所示。由式(3-33)可得阶跃响应的峰值 M 为

$$M = e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \quad (3-34)$$

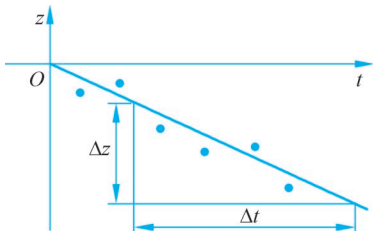


图 3-12 一阶系统时间常数的求法

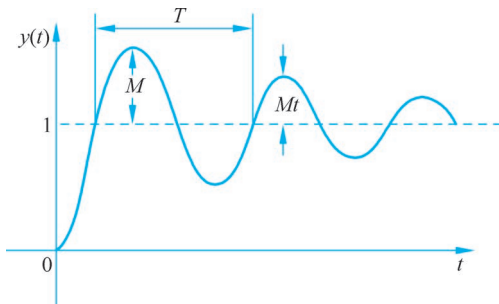


图 3-13 二阶系统($\zeta < 1$)的单位阶跃响应

由式(3-34)得

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{\ln M}\right)^2 + 1}} \quad (3-35)$$

因此,测得 M 之后,便可按式(3-35)求得阻尼比 ζ 。

如果测得阶跃响应的较长瞬变过程,则可利用任意两个过冲量 M_i 和 M_{i+n} 按式(3-34)求得阻尼比 ζ ,即

$$\zeta = \frac{\delta_n}{\sqrt{\delta_n^2 + 4\pi^2 n^2}} \quad (3-36)$$

其中, n 为两峰值相隔的周期数(整数),且

$$\delta_n = \ln \frac{M_i}{M_{i+n}} \quad (3-37)$$

当 $\zeta < 0.1$ 时,若考虑以 1 代替 $\sqrt{1-\zeta^2}$,此时不会产生过大的误差(不大于 0.6%),则可用式(3-38)计算 ζ ,即

$$\zeta = \frac{\ln \frac{M_i}{M_{i+n}}}{2n\pi} \quad (3-38)$$

若传感器或检测仪器是精确的二阶系统,则 n 值取任意正整数所得的 ζ 值不会有差别;反之,若 n 取不同值,获得不同的 ζ 值,则表明该传感器或检测仪器不是线性二阶系统。

根据响应曲线,不难测出振动周期 T ,于是有阻尼的振荡频率 ω_d 为

$$\omega_d = 2\pi \frac{1}{T} \quad (3-39)$$

则无阻尼固有频率 ω_n 为

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (3-40)$$

当然,还可以利用正弦输入测定输出和输入的幅值比和相位差以确定传感器或检测仪器的幅频特性和相频特性,然后根据幅频特性,分别按图 3-14 和图 3-15 求得一阶传感器或检测仪器的时间常数 τ 和欠阻尼二阶传感器或检测仪器的固有频率 ω_n 和阻尼比 ζ 。

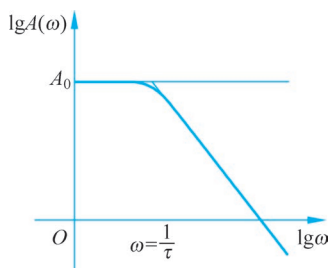


图 3-14 由幅频特性求时间常数 τ

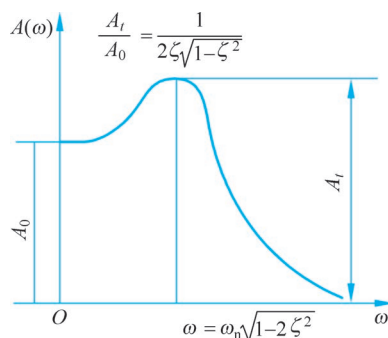


图 3-15 欠阻尼二阶传感器的 ω_n 和 ζ

习题 3

- 3-1 什么是仪表的测量范围、上下限和量程？它们彼此间有什么关系？
- 3-2 什么是传感器的静态特性？它有哪些性能指标？如何用公式表征这些性能指标？
- 3-3 什么是仪表的灵敏度和分辨力？两者存在什么关系？
- 3-4 某位移传感器，当输入量变化为 4.5mm 时，输出电压变化为 370mV，求其灵敏度。
- 3-5 测得某测试装置的一组输入输出数据如下。

X	0.8	2.4	3.2	4.5	5.8	6.9
Y	1.1	1.5	2.6	3.2	4.2	5.4

试用最小二乘法拟合直线，求其线性度和灵敏度。

- 3-6 系统的动态特性取决于哪些参数？如何评定一个系统的动态性能？
- 3-7 对于一个二阶检测系统，其固有频率为 1kHz，阻尼比为 0.5，用它来测量频率为 500Hz 的振动，它的幅度测量误差至少是多少？用它来测量 800Hz 的振动，它的幅度测量误差又是多少？
- 3-8 某压力传感器的校验数据如下所示，试用最小二乘法求非线性误差，并计算迟滞和重复性误差。

校验数据列表

压力/MPa	输出值/mW					
	第 1 循环		第 2 循环		第 3 循环	
	正行程	反行程	正行程	反行程	正行程	反行程
0	-2.73	-2.71	-2.71	-2.68	-2.68	-2.69
0.02	0.56	0.66	0.61	0.68	0.64	0.69
0.04	3.96	4.06	3.99	4.09	4.03	4.11
0.06	7.40	7.49	7.43	7.53	7.45	7.52
0.08	10.88	10.95	10.89	10.93	10.94	10.99
0.10	14.42	14.42	14.47	14.47	14.46	14.46

- 3-9 传感器的线性度是怎样确定的？拟合刻度直线有几种方法？
- 3-10 一阶传感器怎样确定输入信号频率范围？
- 3-11 已知某传感器的静态特性方程为 $Y=\sqrt{1+X}$ ，试分别用切线法、端基法、最小二乘法在 $0<X\leq 0.6$ 的范围内拟合刻度直线方程，并求出响应的线性度。
- 3-12 某传感器为一个典型的二阶振荡系统，已知传感器的自振频率 $f_0=1000\text{Hz}$ ，阻尼比 $\zeta=0.72$ ，用它测量频率为 700Hz 的正弦交变力时，其输出与输入之比 $k(\omega)$ 和相位差 $\phi(\omega)$ 各为多少？
- 3-13 已知某二阶系统传感器的自振频率 $f_0=10\text{kHz}$ ，阻尼比 $\zeta=0.6$ ，若要求传感器

输出幅值误差小于 3%, 试确定传感器的工作频率范围。

3-14 某一阶传感器的时间常数 $\tau=0.01\text{s}$, 传感器响应幅值差在 8% 的范围内, 此时 $\omega\tau$ 最高值为 0.45, 求此时输入信号的工作频率范围。

3-15 某温度传感器为时间常数 $\tau=3.2\text{s}$ 的一阶系统, 当传感器受到突变温度作用而发生阶跃变化后, 试求传感器指示出温差的 1/3 和 1/2 所需要的时间。

3-16 已知某一阶传感器的传递函数 $G(s)=\frac{1}{\tau s+1}$, 其中 $\tau=0.002\text{s}$, 试求传感器输入信号的工作频率范围。

3-17 某玻璃水银温度计的微分方程为 $4\frac{dQ_0}{dt}+2Q_0=2\times 10^{-3}Q_i$ 。其中, Q_0 为水银柱高度(单位为 m); Q_i 为被测温度。试确定该温度计的时间常数和静态灵敏度系数。

3-18 某压电式加速度计动态特性可用如下微分方程描述。

$$\frac{d^2q}{dt^2}+3.1\times 10^3\frac{dq}{dt}+2.2\times 10^{10}q=1.2\times 10^{11}a$$

其中, q 为输出电荷量(单位为 pC); a 为输入加速度(单位为 m/s^2)。试确定该加速度的静态灵敏度系数 k 、测量系统的固有振荡频率和阻尼比。

3-19 试用两种方法测试一阶系统的时间常数 τ , 并比较这两种测量方法。

3-20 传感器与检测系统静态校准的条件与步骤是什么?