

第 5 章

基于分解的多目标演化算法中的变化算子

5.1 前 言

本章将实验研究基于分解的 MOEAs 中的变化算子在高维多目标优化中对算法性能的影响。动机来源于两方面：第一，基于分解的 MOEAs 在高维多目标优化方面的最新进展^[39,45]表明这类技术在高维多目标优化中应该引起足够的重视。然而，绝大部分与这方面相关的研究均采用传统的遗传算子来产生子代解，这为在其中探究其他可用的变化算子，如 DE^[22]，留下了研究空间。第二，若干最近的研究^[87,90,91]已经表明，当处理高维目标时，应该更加仔细地解决如何在决策空间执行有效搜索的问题。可是，众所周知，对于一些复杂的问题，单纯的遗传算子一般很难在决策空间中实现开发和探索的平衡。鉴于上述两个方面，探究其他变化算子如何和以何种程度影响基于分解的高维多目标算法在 MaOPs 上的性能，是非常有意义和有必要的。为了这个目的，本章关注这类技术中的一个代表性算法，即 NSGA-III^[45]，研究若干种变化算子对其搜索性能的影响。本章的主要贡献反映在如下几方面。

(1) 据我们所知，这是首次将 DE 算子引入最近提出的 NSGA-III 中，并形成了一个新的 NSGA-III 变体，即 NSGA-III-DE。另外，本章也探究了两个主要控制参数对 NSGA-III-DE 性能的影响。

(2) 基于对 NSGA-III 和 NSGA-III-DE 搜索行为的实验分析，本章提出了带有新的再生机制的其他两种 NSGA-III 变体，即 NSGA-III-2S 和 NSGA-III-HVO，二者较 NSGA-III 和 NSGA-III-DE 均有显著的性能提升。

(3) 因为 NSGA-III 的作者并没有公开他们的源代码，原始的 NSGA-III 文献^[49]也并没有完全给出其归一化过程的细节，所以要实现 NSGA-III 且得到与原文献中相似的结果并不简单。Chiang^[132]提供了 NSGA-III 的一个 C++ 实现，但是该程序在目标数目为 8 或者更高的问题上表现非常差。作为本章的辅助材料，作者公开了自研的 NSGA-III 实现源码，该程序似乎在大多数情形下与原作者的实现有着相似的性能。

本章后续由如下部分组成：5.2 节描述了本章实验中将要研究的目标算法；5.3 节给

出了大量的实验结果以及相关讨论;最后,5.4 节对本章工作进行了小结。

5.2 目标算法

原始的 NSGA-III 使用模拟两点交叉(SBX)和多项式变异^[92]来产生子代个体。本章之后称它为 NSGA-III-SBX 以显著区分于本章中所考虑的其他 NSGA-III 变体,即 NSGA-III-DE、NSGA-III-2S 和 NSGA-III-HVO。

NSGA-III-DE 使用 DE 算子替换 NSGA-III-SBX 中的 SBX 算子,这也是二者唯一的不同之处,DE 算子的细节参见 2.2 节。算法 5-1 描述了 NSGA-III-DE 如何通过当前种群 P 生成子代种群 Q 。

算法 5-1 NSGA-III-DE 中的再生机制

```

1:  $P \leftarrow \{X_{1,G}, X_{2,G}, \dots, X_{N,G}\}$ 
2:  $Q \leftarrow \emptyset$ 
3: for  $i \leftarrow 1$  to  $N$  do
4:    $U_{i,G} \leftarrow \text{DEOperator}(X_{i,G})$ 
5:    $Y_{i,G} \leftarrow \text{PolynomialMutation}(U_{i,G})$ 
6:    $Q \leftarrow Q \cup Y_{i,G}$ 
7: end for
8: return  $Q$ 

```

NSGA-III-2S 是一个两步的算法,它简单地结合了 NSGA-III-SBX 和 NSGA-III-DE。在 NSGA-III-2S 中,NSGA-III-DE 首先运行,在运行至最大代数的一半时,转而运行 NSGA-III-SBX。NSGA-III-HVO 使用了一种随机策略混合了三种不同的变化算子,即 SBX、DE 和多项式变异。当要生成一个子代解时,它从三个算子中随机选择一个算子。算法 5-2 描述了 NSGA-III-HVO 如何利用当前种群 P 生成子代种群 Q 。需要进一步解释的是,在步骤 6 中,首先需要随机选择一个整数 $r^i \in [1, N]$ 且 $r^i \neq i$,然后再对 $X_{i,G}$ 和 $X_{r^i,G}$ 执行 SBX。

算法 5-2 NSGA-III-HVO 中的再生机制

```

1:  $P \leftarrow \{X_{1,G}, X_{2,G}, \dots, X_{N,G}\}$ 
2:  $Q \leftarrow \emptyset$ 
3: for  $i \leftarrow 1$  to  $N$  do
4:   随机选择一个整数  $k \in [1, 3]$ 
5:   if  $k = 1$  then
6:      $Y_{i,G} \leftarrow \text{SBXCrossover}(X_{i,G})$ 
7:   else if  $k = 2$  then

```





```

8:    $Y_{i,G} \leftarrow \text{DEOperator}(X_{i,G})$ 
9:   else
10:   $Y_{i,G} \leftarrow \text{PolynomialMutation}(X_{i,G})$ 
11:  end if
12:   $Q \leftarrow Q \cup Y_{i,G}$ 
13: end for
14: return  $Q$ 

```

注意,鉴于篇幅原因,本章中只关注 NSGA-III 和它的变体,但是类似的实验发现和结论也可以基于 NSGA-III 的改进算法 θ -DEA 得到。

5.3 实验研究

5.3.1 实验设置

为了测试所考虑的算法,本章实验中采用两组测试问题。第一组问题均是归一化问题,包括 DTLZ1~4^[105]。第二组问题包含三个非归一化问题,它们是 SDTLZ1~2^[45] 和 WFG6^[106]。所有这些问题的目标数目设置、决策变量数目设置、SDTLZ1~2 的比例因子设置完全与 4.3.1 节相同。注意,除了 WFG6 问题,其他问题的设置与原始 NSGA-III 研究^[45]也是一致的。

为了评价目标算法,我们采用反转世代距离(IGD)作为性能指标,并使用文献[45]中建议的方法计算 IGD 值。IGD 能够同时衡量一个解集的收敛性和多样性,且较小的值意味着越佳的性能。

对于参数设置,针对不同的实例,每个所考虑的算法采用与原始 NSGA-III 研究^[45]中相同的种群大小和最大迭代次数(MaxGen)设置。三种变化算子所使用的参数如表 5.1 所示。5.3.2 节也将研究参数 F 和 Cr 对 NSGA-III-DE 性能的影响。

表 5.1 变化算子的参数设置

变化算子	参数名称	参数值
SBX	交叉概率(p_c)	1.0
	交叉中的分布指数(η_c)	30
DE	缩放因子(F)	0.5
	交叉概率(Cr)	0.1



续表

变化算子	参数名称	参数值
多项式变异	变异概率(p_m)	$1/n$
	变异中的分布指数(η_m)	20

所有的算法都实现在 jMeta^[127] 框架下,且每个算法对每个测试实例均独立运行 20 次。

5.3.2 NSGA-III-DE 中参数的影响

在 NSGA-III-DE 中,有两个典型的控制参数 F 和 Cr 。本节主要研究这两个参数对 NSGA-III-DE 性能的影响。为了说明问题,使用具有 5、8、10 和 15 目标的 DTLZ1、DTLZ3、SDTLZ2 和 WFG6 问题。

为了检验 F 的影响,将 Cr 固定为 0.1,且以步长 0.1 在区间 $[0.4, 1.0]$ 中变化 F 。图 5.1 显示了 NSGA-III-DE 随参数 F 的性能变化,这里的性能用所得 IGD 的中值来体现。由图 5.1 可见,在 DTLZ1、DTLZ3 和 SDTLZ2 问题上, F 对 NSGA-III-DE 的性能施加了类似的影响。具体来说,在这三个问题上,IGD 值随着 F 的变化而波动,但是除了在 5 目标 DTLZ1 实例上,波动幅度均很小。对于 WFG6 问题,在 5、8 和 10 目标实例上,IGD 随着 F 的增大而缓慢增长,但是在 15 目标实例上,IGD 值却呈现波动的趋势。

至于 Cr ,进一步研究步长为 0.1 且 $Cr \in [0, 1]$ 的情形,其中, F 被固定为 0.5。图 5.2 显示了 Cr 对 NSGA-III-DE 所得 IGD 中值的影响。由图 5.2 可见,在 DTLZ1、DTLZ3 和 SDTLZ2 问题上, Cr 对 NSGA-III-DE 的性能影响很大,且从整体上来看,随着 Cr 的增加,IGD 值剧烈增长。对于 WFG6 问题,IGD 的变化趋势基本上与其他三个问题一致,但是变化范围小很多。

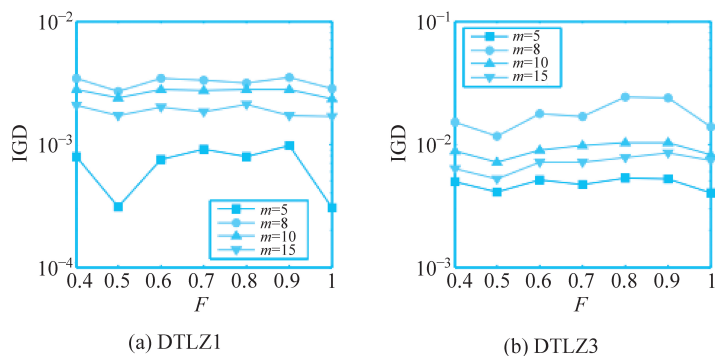


图 5.1 在不同目标数 m 的情形下,参数 F ($Cr=0.1$) 对 NSGA-III-DE 所得 IGD 值(20 次独立运行所得结果的中值)的影响

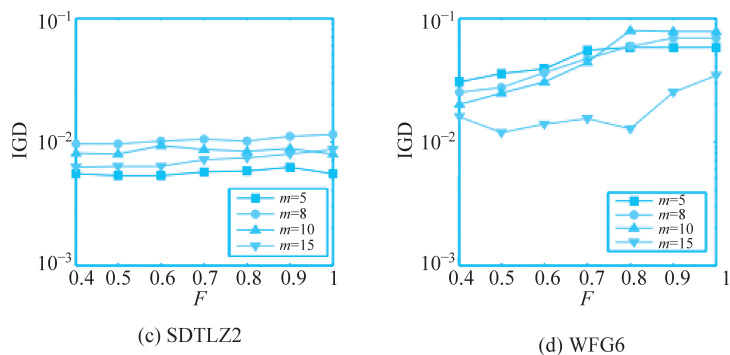
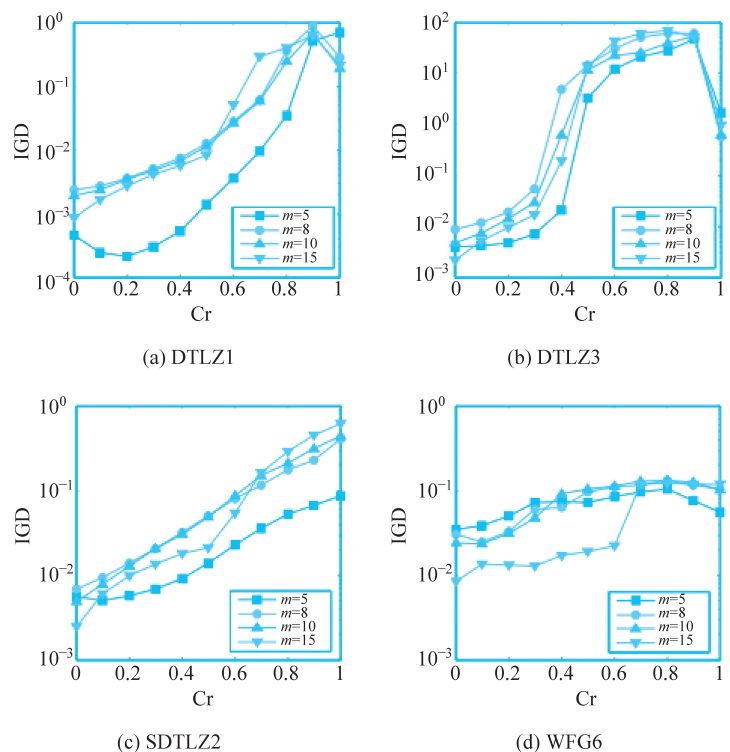


图 5.1 (续)

图 5.2 在不同目标数 m 的情形下, 参数 $Cr(F=0.5)$ 对 NSGA-III-DE 所得 IGD 值 (20 次独立运行所得结果的中值) 的影响

总之, 对 F 和 Cr 的影响, 我们能得到如下一些有意义的见解。在大多数所考虑的实例上, NSGA-III-DE 一般能在 F 的较大变化范围内取得相对稳定的性能, 且 $F=0.5$ 在大



多数情况下是一个很好的选择。相对于 F , NSGA-III-DE 的性能对于 Cr 的变化会更加敏感。根据实验结果,推荐使用较小的 Cr 值,即 $Cr \in [0, 0.1]$,较大的 Cr 值经常会导致特别差的性能。回顾前文可知, Cr 其实控制了期望个体中平均有多少变量发生改变。因此,这意味着当子代个体继承父代个体大多数信息时,NSGA-III-DE 能够获得较好的性能。有趣的是,文献[90]中也有类似的实验发现:对于高维多目标 0/1 背包问题,当产生子代解时,在两个父代解之间只交换少量的基因可以提高算法性能。

5.3.3 NSGA-III-DE、NSGA-III-SBX: 探索与开发

本节将在高维多目标问题上比较 NSGA-III-DE 和 NSGA-III-SBX 的搜索行为。具体来说,我们想了解在搜索空间中,哪个算法更擅长于探索,哪个算法更擅长于开发。理解了这一点将有助于我们设计更加有效的变化算子。注意,这里并不将这两个算法在不同问题实例上做一个详细的性能比较,这将在 5.3.4 节中进行。为了检测 NSGA-III-DE 和 NSGA-III-SBX 的探索能力,这里以 5 目标 DTLZ2 为例。首先,为该实例随机产生一个种群。然后,NSGA-III-DE 和 NSGA-III-SBX 均将该种群作为初始种群,并执行一定数目的代数。图 5.3 绘出了 NSGA-III-DE 和 NSGA-III-SBX 所得 IGD 值随着代数增长的变化轨迹。从图 5.3 中可以看出,在初始的进化过程中,这两个算法以类似的方式减小 IGD 值,但是 NSGA-III-DE 在大约 40 代后,成功找到了更好的 IGD 值。这个现象诠释了,通过在决策空间中随机分布的解,NSGA-III-DE 能够比 NSGA-III-SBX 更快地确定有希望的搜索区域。图 5.4 进一步分别绘出了 NSGA-III-DE 和 NSGA-III-SBX 在 $\text{MaxGen}/2=135$ 代之后所得种群的决策变量值的平行坐标。因为 5 目标 DTLZ2 的 Pareto 最优解集是:

$$x_j = \begin{cases} [0, 1], & j = 1, 2, 3, 4 \\ 0.5 & j = 5, 6, \dots, 14 \end{cases} \quad (5.1)$$

可以从图 5.4 中清晰地看出,在进化过程早期,NSGA-III-DE 可以更快地收敛到 Pareto 最优解集上。上述实验发现表明,相比于 NSGA-III-SBX,NSGA-III-DE 可以对搜索空间进行更加有效的探索。

为了研究算法的开发能力,进一步再做一个类似的实验,但是初始种群是一个已经比较接近 Pareto 前沿面的种群,该种群可以通过任何一个高维多目标演化算法得到。在这个初始种群上,分别执行 NSGA-III-DE 和 NSGA-III-SBX,图 5.5 中描述了 IGD 随代数变化的进化轨迹。可以看出,图 5.5 中的情形与图 5.3 有着很大的不同。在该情形下,从开始阶段起,NSGA-III-SBX 就能够比 NSGA-III-DE 更快地随代数推移而降低 IGD 值。因为初始种群本身是一个精英种群,所以 NSGA-III-SBX 相比于 NSGA-III-DE 能够更好地进一步精练质量较高的解,从而显示了 NSGA-III-DE 在搜索空间进行开发方面的优越性。

许多研究显示,采用先开发再探索的策略可以在开发之前从搜索空间中抽取必要的

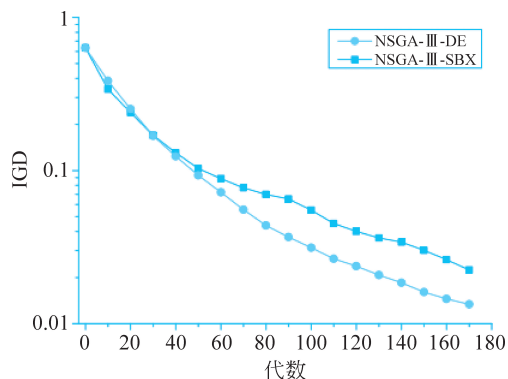


图 5.3 当初始种群为随机产生的种群时,NSGA-III-DE(NSGA-III-SBX)在 5 目标 DTLZ2 实例上所得 IGD 值随代数的进化轨迹

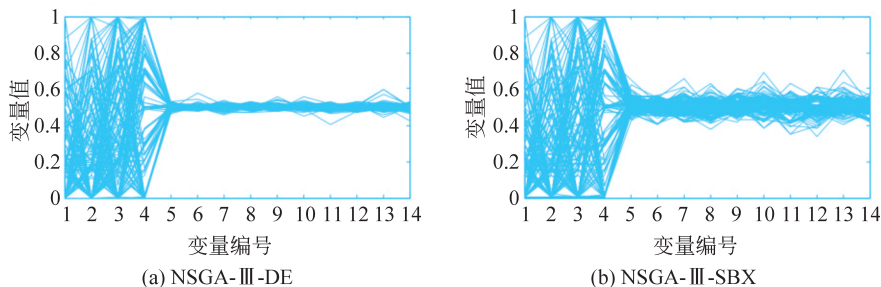


图 5.4 对于 5 目标 DTLZ2,在相同的随机产生的初始种群上,NSGA-III-DE 和 NSGA-III-SBX 运行 135 代后所得种群的决策变量值的平行坐标

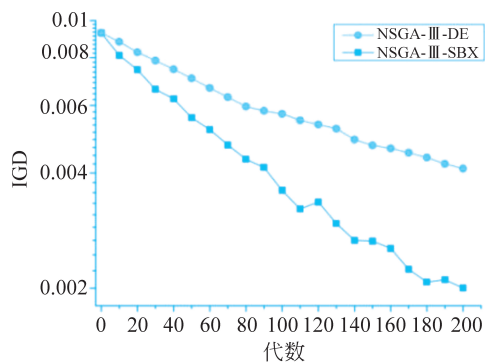


图 5.5 当初始种群为目标空间中接近 Pareto 前沿面的种群时,NSGA-III-DE(NSGA-III-SBX)在 5 目标 DTLZ2 实例上所得 IGD 值随代数的进化轨迹





信息,从而如果首先执行 NSGA-III-DE 然后执行 NSGA-III-SBX,可以期望获得更好的性能,这也正是开发 NSGA-III-2S 的动机。另外,既然 NSGA-SBX 和 NSGA-III-DE 显示了互补的优势,很自然地可以综合三种不同算子的效果从而增强搜索的性能,这是 NSGA-III-HVO 的主要目的。之后,将进一步验证 NSGA-III-2S 和 NSGA-III-HVO 的有效性。

5.3.4 NSGA-III 变体之间的比较

本节将在全部两组问题上测试所有的目标算法。表 5.2 显示了在归一化问题上的比较结果,而表 5.3 则显示了在非归一化问题上的比较结果。正如前面所提及的,本章中的 NSGA-III-SBX 是 NSGA-III 的一个“非官方”的实现,所以也列出了原始 NSGA-III 论文^[45]中的结果作为比较。注意,在文献[45]中,尽管 NSGA-III 也在 WFG6 问题上进行了测试,但是作者并没有指明该问题所采用的变量的数目。因此,这里并不使用原始 NSGA-III 在 WFG6 上的结果。下面将详细描述本节所得比较结果。

表 5.2 NSGA-III 变体在归一化测试问题上所得 IGD 的最好值、中值和最差值
(最优的结果以粗体标记)

问题	m	NSGA-III [†]	NSGA-III-SBX	NSGA-III-DE	NSGA-III-2S	NSGA-III-HVO
DTLZ1	3	4.880E-04	8.901E-04	5.639E-04	2.091E-04	8.715E-05
		1.308E-03	2.186E-03	6.893E-04	2.822E-04	1.406E-04
		4.880E-03	2.070E-02	9.174E-04	5.693E-04	8.024E-04
	5	5.116E-04	7.601E-04	2.513E-04	2.843E-04	5.560E-05
		9.799E-04	1.991E-03	3.767E-04	3.416E-04	8.053E-05
		1.979E-03	4.493E-02	4.630E-04	9.292E-04	1.047E-04
	8	2.044E-03	3.386E-03	2.478E-03	1.730E-03	9.321E-04
		3.979E-03	4.704E-03	2.985E-03	2.150E-03	1.314E-03
		8.721E-03	1.175E-02	3.395E-03	3.098E-03	2.557E-03
	10	2.215E-03	2.867E-03	2.245E-03	1.733E-03	1.023E-03
		3.462E-03	4.488E-03	2.623E-03	2.158E-03	1.137E-03
		6.869E-03	2.343E-02	4.027E-03	3.742E-03	3.394E-03
	15	2.649E-03	2.849E-03	1.667E-03	1.246E-03	5.448E-04
		5.063E-03	5.769E-03	1.972E-03	2.019E-03	8.728E-04
		1.123E-02	3.275E-02	2.063E-02	3.645E-02	3.733E-02





续表

问题	m	NSGA-III [†]	NSGA-III-SBX	NSGA-III-DE	NSGA-III-2S	NSGA-III-HVO
DTLZ2	3	1.262E-03	1.213E-03	3.756E-03	1.099E-03	1.304E-03
		1.357E-03	2.043E-03	4.354E-03	1.401E-03	1.632E-03
		2.114E-03	8.355E-03	4.782E-03	1.892E-03	2.065E-03
	5	4.254E-03	4.752E-03	5.137E-03	2.275E-03	2.601E-03
		4.982E-03	6.415E-03	5.750E-03	2.825E-03	3.209E-03
		5.862E-03	9.040E-03	6.608E-03	3.030E-03	4.117E-03
	8	1.371E-02	1.486E-02	8.245E-03	6.592E-03	5.680E-03
		1.571E-02	1.737E-02	1.009E-02	8.155E-03	7.197E-03
		1.811E-02	2.105E-02	1.222E-02	9.850E-03	9.038E-03
	10	1.350E-02	1.558E-02	7.727E-03	6.125E-03	4.502E-03
		1.528E-02	1.745E-02	8.527E-03	7.005E-03	5.361E-03
		1.697E-02	2.545E-02	9.491E-03	8.248E-03	6.549E-03
	15	1.360E-02	1.591E-02	5.457E-03	5.745E-03	3.585E-03
		1.726E-02	1.984E-02	6.587E-03	6.875E-03	4.792E-03
		2.114E-02	2.358E-02	8.683E-03	8.403E-03	6.080E-03
DTLZ3	3	9.751E-04	1.203E-03	1.947E-03	2.475E-04	1.207E-04
		4.007E-03	4.809E-03	2.540E-03	2.977E-04	2.511E-04
		6.665E-03	1.714E-02	3.189E-03	3.307E-04	1.696E-03
	5	3.086E-03	4.175E-03	4.150E-03	8.566E-04	4.658E-04
		5.960E-03	8.056E-03	4.702E-03	1.086E-03	5.585E-04
		1.196E-02	2.390E-02	5.715E-03	1.281E-03	7.871E-04
	8	1.244E-02	1.530E-02	1.075E-02	8.474E-03	4.304E-03
		2.375E-02	3.219E-02	1.317E-02	1.115E-02	5.154E-03
		9.649E-02	1.130E-01	1.497E-02	1.607E-02	1.284E-02
	10	8.849E-03	9.217E-03	7.426E-03	4.892E-03	2.541E-03
		1.188E-02	1.516E-02	8.426E-03	6.140E-03	2.975E-03
		2.083E-02	2.825E-02	9.466E-03	7.790E-03	4.615E-03





续表

问题	m	NSGA-III [†]	NSGA-III-SBX	NSGA-III-DE	NSGA-III-2S	NSGA-III-HVO
DTLZ3	15	1.401E-02	1.689E-02	4.767E-03	4.844E-03	1.993E-03
		2.145E-02	4.019E-02	5.799E-03	6.312E-03	3.506E-03
		4.195E-02	8.801E-02	1.048E-02	8.108E-03	7.010E-03
DTLZ4	3	2.915E-04	3.815E-04	3.084E-03	3.471E-04	2.716E-04
		5.970E-04	9.040E-04	3.697E-03	4.156E-04	3.470E-04
		4.286E-01	3.704E-03	4.223E-03	6.204E-04	4.414E-04
	5	9.849E-04	6.464E-04	5.076E-03	6.947E-04	6.624E-04
		1.255E-03	1.099E-03	6.298E-03	9.227E-04	8.746E-04
		1.721E-03	1.972E-03	7.422E-03	1.375E-03	1.151E-03
	8	5.079E-03	3.581E-03	1.663E-02	5.026E-03	4.500E-03
		7.054E-03	4.844E-03	1.941E-02	6.426E-03	5.315E-03
		6.051E-01	5.698E-03	2.128E-02	7.750E-03	6.367E-03
	10	5.694E-03	3.834E-03	1.148E-02	5.639E-03	3.925E-03
		6.337E-03	4.703E-03	1.434E-02	6.553E-03	4.361E-03
		1.076E-01	5.656E-03	1.525E-02	7.492E-03	5.054E-03
	15	7.110E-03	5.514E-03	8.543E-03	5.830E-03	3.093E-03
		3.431E-01	7.312E-03	1.014E-02	7.367E-03	4.936E-03
		1.073E+00	1.053E-02	1.151E-02	1.015E-02	6.651E-03

注：†结果摘自原始的 NSGA-III 论文^[45]。表 5.3 NSGA-III 变体在非归一化测试问题上所得 IGD 的最好值、中值和最差值
(最优的结果以粗体标记)

问题	m	NSGA-III [†]	NSGA-III-SBX	NSGA-III-DE	NSGA-III-2S	NSGA-III-HVO
SDTLZ1	3	3.853E-04	1.342E-03	9.805E-04	4.629E-04	1.559E-04
		1.214E-03	5.843E-03	1.465E-03	5.899E-04	2.329E-04
		1.103E-02	4.925E-02	1.748E-03	8.159E-04	6.576E-04
	5	1.099E-03	2.580E-03	3.156E-04	5.353E-04	1.197E-04

