

智能制造系列教材

协作机器人

COOPERATIVE
ROBOT

陶波 赵兴炜 编著



清华大学出版社
北京

版权所有,侵权必究。举报: 010-62782989, beiqinquan@tup.tsinghua.edu.cn。

图书在版编目(CIP)数据

协作机器人/陶波,赵兴炜编著. —北京:清华大学出版社,2023.12

智能制造系列教材

ISBN 978-7-302-65147-5

I. ①协… II. ①陶… ②赵… III. ①智能机器人—教材 IV. ①TP242.6

中国国家版本馆 CIP 数据核字(2024)第 002269 号

责任编辑:刘 杨

封面设计:李召霞

责任校对:赵丽敏

责任印制:宋 林

出版发行:清华大学出版社

网 址: <https://www.tup.com.cn>, <https://www.wqxuetang.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-83470000 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:三河市东方印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:170mm×240mm 印 张:11.75 插 页:2 字 数:241 千字

版 次:2023 年 12 月第 1 版 印 次:2023 年 12 月第 1 次印刷

定 价:36.00 元

产品编号:093868-01

智能制造系列教材编审委员会

主任委员

李培根 雒建斌

副主任委员

吴玉厚 吴 波 赵海燕

编审委员会委员(按姓氏首字母排列)

陈雪峰	邓朝晖	董大伟	高 亮
葛文庆	巩亚东	胡继云	黄洪钟
刘德顺	刘志峰	罗学科	史金飞
唐水源	王成勇	轩福贞	尹周平
袁军堂	张 洁	张智海	赵德宏
郑清春	庄红权		

秘书

刘 杨

清华大学出版社

多年前人们就感叹,人类已进入互联网时代;近些年人们又惊叹,社会步入物联网时代。牛津大学教授舍恩伯格(Viktor Mayer-Schönberger)心目中大数据时代最大的转变,就是放弃对因果关系的渴求,转而关注相关关系。人工智能则像一个幽灵徘徊在各个领域,兴奋、疑惑、不安等情绪分别蔓延在不同的业界人士中间。今天,5G 的出现使得作为整个社会神经系统的互联网和物联网更加敏捷,使得宛如社会血液的数据更富有生命力,自然也使得人工智能未来能在某些局部领域扮演超级脑力的作用。于是,人们惊呼数字经济的来临,憧憬智慧城市、智慧社会的到来,人们还想象着虚拟世界与现实世界、数字世界与物理世界的融合。这真是一个令人咋舌的时代!

但如果真以为未来经济就“数字”了,以为传统工业就“夕阳”了,那可以说我们就真正迷失在“数字”里了。人类的生命及其社会活动更多地依赖物质需求,除非未来人类生命形态真的变成“数字生命”了,不用说维系生命的食物之类的物质,就连“互联”“数据”“智能”等这些满足人类高级需求的功能也得依赖物理装备。所以,人类最基本的活动便是把物质变成有用的东西——制造!无论是互联网、物联网、大数据、人工智能,还是数字经济、数字社会,都应该落脚在制造上,而且制造是其应用的最大领域。

前些年,我国把智能制造作为制造强国战略的主攻方向,即便从世界上看,也是有先见之明的。在强国战略的推动下,少数推行智能制造的企业取得了明显效益,更多企业对智能制造的需求日盛。在这样的背景下,很多学校成立了智能制造等新专业(其中有教育部的推动作用)。尽管一窝蜂地开办智能制造专业未必是一个好现象,但智能制造的相关教材对于高等院校与制造关联的专业(如机械、材料、能源动力、工业工程、计算机、控制、管理……)都是刚性需求,只是侧重点不一。

教育部高等学校机械类专业教学指导委员会(以下简称“机械教指委”)不失时机地发起编著这套智能制造系列教材。在机械教指委的推动和清华大学出版社的组织下,系列教材编委会认真思考,在 2020 年新型冠状病毒感染疫情正盛之时进行视频讨论,其后教材的编写和出版工作有序进行。

编写本系列教材的目的是为智能制造专业以及与制造相关的专业提供有关智能制造的学习教材,当然教材也可以作为企业相关的工程师和管理人员学习和培

训之用。系列教材包括主干教材和模块单元教材,可满足智能制造相关专业的基础课和专业课的需求。

主干教材,即《智能制造概论》《智能制造装备基础》《工业互联网基础》《数据技术基础》《制造智能技术基础》,可以使学生或工程师对智能制造有基本的认识。其中,《智能制造概论》教材给读者一个智能制造的概貌,不仅概述智能制造系统的构成,而且还详细介绍智能制造的理念、意识和思维,有利于读者领悟智能制造的真谛。其他几本教材分别论及智能制造系统的“躯干”“神经”“血液”“大脑”。对于智能制造专业的学生而言,应该尽可能必修主干课程。如此配置的主干课程教材应该是本系列教材的特点之一。

本系列教材的特点之二是配合“微课程”设计了模块单元教材。智能制造的知识体系极为庞杂,几乎所有的数字-智能技术和制造领域的新技术都和智能制造有关,不仅涉及人工智能、大数据、物联网、5G、VR/AR、机器人、增材制造(3D 打印)等热门技术,而且像区块链、边缘计算、知识工程、数字孪生等前沿技术都有相应的模块单元介绍。本系列教材中的模块单元差不多成了智能制造的知识百科。学校可以基于模块单元教材开出微课程(1 学分),供学生选修。

本系列教材的特点之三是模块单元教材可以根据各所学校或者专业的需要拼合成不同的课程教材,列举如下。

■ 课程例 1——“智能产品开发”(3 学分),内容选自模块:

- 优化设计
- 智能工艺设计
- 绿色设计
- 可重用设计
- 多领域物理建模
- 知识工程
- 群体智能
- 工业互联网平台

■ 课程例 2——“服务制造”(3 学分),内容选自模块:

- 传感与测量技术
- 工业物联网
- 移动通信
- 大数据基础
- 工业互联网平台
- 智能运维与健康管理

■ 课程例 3——“智能车间与工厂”(3 学分),内容选自模块:

- 智能工艺设计
- 智能装配工艺

- 传感与测量技术
- 智能数控
- 工业机器人
- 协作机器人
- 智能调度
- 制造执行系统(MES)
- 制造质量控制

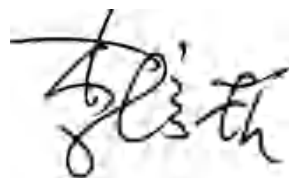
总之,模块单元教材可以组成诸多可能的课程教材,还有如“机器人及智能制造应用”“大批量定制生产”等。

此外,编委会还强调应突出知识的节点及其关联,这也是此系列教材的特点。关联不仅体现在某一课程的知识节点之间,也表现在不同课程的知识节点之间。这对于读者掌握知识要点且从整体联系上把握智能制造无疑是非常重要的。

本系列教材的编著者多为中青年教授,教材内容体现了他们对前沿技术的敏感和在一线的研发实践的经验。无论在与部分作者交流讨论的过程中,还是通过对部分文稿的浏览,笔者都感受到他们较好的理论功底和工程能力。感谢他们对这套系列教材的贡献。

衷心感谢机械教指委和清华大学出版社对此系列教材编写工作的组织和指导。感谢庄红权先生和张秋玲女士,他们卓越的组织能力、在教材出版方面的经验、对智能制造的敏锐性是这套系列教材得以顺利出版的最重要因素。

希望本系列教材在推进智能制造的过程中能够发挥“系列”的作用!



2021年1月

清华大学出版社

制造业是立国之本,是打造国家竞争能力和竞争优势的主要支撑,历来受到各国政府的高度重视。而新一代人工智能与先进制造深度融合形成的智能制造技术,正在成为新一轮工业革命的核心驱动力。为抢占国际竞争的制高点,在全球产业链和价值链中占据有利位置,世界各国纷纷将智能制造的发展上升为国家战略,全球新一轮工业升级和竞争就此拉开序幕。

近年来,美国、德国、日本等制造强国纷纷提出新的国家制造业发展计划。无论是美国的“工业互联网”、德国的“工业 4.0”,还是日本的“智能制造系统”,都是根据各自国情为本国工业制定的系统性规划。作为世界制造大国,我国也把智能制造作为推进制造强国战略的主攻方向,并于 2015 年发布了《中国制造 2025》。《中国制造 2025》是我国全面推进建设制造强国的引领性文件,也是我国实施制造强国战略的第一个十年的行动纲领。推进建设制造强国,加快发展先进制造业,促进产业迈向全球价值链中高端,培育若干世界级先进制造业集群,已经成为全国上下的广泛共识。可以预见,随着智能制造在全球范围内的孕育兴起,全球产业分工格局将受到新的洗礼和重塑,中国制造业也将迎来千载难逢的历史性机遇。

无论是开拓智能制造领域的科技创新,还是推动智能制造产业的持续发展,都需要高素质人才作为保障,创新人才是支撑智能制造技术发展的第一资源。高等工程教育如何在这场技术变革乃至工业革命中履行新的使命和担当,为我国制造企业转型升级培养一大批高素质专门人才,是摆在我们面前的一项重大任务和课题。我们高兴地看到,我国智能制造工程人才培养日益受到高度重视,各高校都纷纷把智能制造工程教育作为制造工程乃至机械工程教育创新发展的突破口,全面更新教育教学观念,深化知识体系和教学内容改革,推动教学方法创新,我国智能制造工程教育正在步入一个新的发展时期。

当今世界正处于以数字化、网络化、智能化为主要特征的第四次工业革命的起点,正面临百年未有之大变局。工程教育需要适应科技、产业和社会快速发展的步伐,需要有新的思维、理解和变革。新一代智能技术的发展和全球产业分工合作的新变化,必将影响几乎所有学科领域的研究工作、技术解决方案和模式创新。人工智能与学科专业的深度融合、跨学科网络以及合作模式的扁平化,甚至可能会消除某些工程领域学科专业的划分。科学、技术、经济和社会文化的深度交融,使人们

可以充分使用便捷的软件、工具、设备和系统,彻底改变或颠覆设计、制造、销售、服务和消费方式。因此,工程教育特别是机械工程教育应当更加具有前瞻性、创新性、开放性和多样性,应当更加注重与世界、社会 and 产业的联系,为服务我国新的“两步走”宏伟愿景做出更大贡献,为实现联合国可持续发展目标发挥关键性引领作用。

需要指出的是,关于智能制造工程人才培养模式和知识体系,社会和学界存在多种看法,许多高校都在进行积极探索,最终的共识将会在改革实践中逐步形成。我们认为,智能制造的主体是制造,赋能是靠智能,要借助数字化、网络化和智能化的力量,通过制造这一载体把物质转化成具有特定形态的产品(或服务),关键在于智能技术与制造技术的深度融合。正如李培根院士在丛书序1中所强调的,对于智能制造而言,“无论是互联网、物联网、大数据、人工智能,还是数字经济、数字社会,都应该落脚在制造上”。

经过前期大量的准备工作,经李培根院士倡议,教育部高等学校机械类专业教学指导委员会(以下简称“机械教指委”)课程建设与师资培训工作组联合清华大学出版社,策划和组织了这套面向智能制造工程教育及其他相关领域人才培养的本科教材。由李培根院士和雒建斌院士、部分机械教指委委员及主干教材主编,组成了智能制造系列教材编审委员会,协同推进系列教材的编写。

考虑到智能制造技术的特点、学科专业特色以及不同类别高校的培养需求,本套教材开创性地构建了一个“柔性”培养框架:在顶层架构上,采用“主干教材+模块单元教材”的方式,既强调了智能制造工程人才必须掌握的核心内容(以主干教材的形式呈现),又给不同高校最大程度的灵活选用空间(不同模块教材可以组合);在内容安排上,注重培养学生有关智能制造的理念、能力和思维方式,不局限于技术细节的讲述和理论知识的推导;在出版形式上,采用“纸质内容+数字内容”的方式,“数字内容”通过纸质图书中列出的二维码予以链接,扩充和强化纸质图书中的内容,给读者提供更多的知识和选择。同时,在机械教指委课程建设与师资培训工作组的指导下,本系列书编审委员会具体实施了新工科研究与实践项目,梳理了智能制造方向的知识体系和课程设计,作为规划设计整套系列教材的基础。

本系列教材凝聚了李培根院士、雒建斌院士以及所有作者的心血和智慧,是我国智能制造工程本科教育知识体系的一次系统梳理和全面总结,我谨代表机械教指委向他们致以崇高的敬意!



2021年3月

前言

PREFACE

协作机器人的诞生,让更多的人接触到了机器人。与工业机器人不同,协作机器人不再是被关在围栏里、人与机器人被完全隔离的状态,而是可以与人近距离接触,与人共享工作空间,成为人类工作的好帮手。协作机器人的出现,推动了机器人进入人们的日常生活。很多同学、学者使用的第一台机器人往往是协作机器人。

因此,本书从协作机器人的角度分析了机器人的运动学、动力学、运动规划、视觉、多机协同、ROS 操作系统等内容。本书的特色在于,依托 MATLAB 作为仿真工具,在为读者提供协作机器人学的基本概念与公式的同时,还附上了机器人运动仿真的 MATLAB 代码。读者可以通过动手复现代码,对机器人的运动产生更加直观的感受。

机器人学作为一门以线性代数为基础的课程,一方面,读者不仅要具备一定的线性代数基础,还要基本掌握数学公式的推演。另一方面,机器人更像是工具,如果想要熟练使用这门工具,需要反复对工具进行使用,解决不同的问题。因此,本书在最后一节中加入了两个机器人使用场景。场景一为人机协同装配,展现了人与机器人如何高效协作,完成了复杂任务。场景二为机器人协同穿刺,展现了如何利用机器人技术解决复杂的手术场景的任务。因此,本书以大篇幅介绍机器人程序,包括机器人的仿真程序与机器人控制使用的 ROS 程序。希望读者在掌握理论的同时,能够通过动手实践加深对机器人的理解,并能够利用协作机器人解决实际问题,从而产生价值。

协作机器人技术是一门综合性学科,涉及的专业范围广,限于作者的研究水平和教学经验,书中的错误和疏漏之处不可避免,恳请读者批评指正。

陶 波 赵兴炜

2023 年 5 月

清华大学出版社

目录

CONTENTS

第 1 章 绪论	1
1.1 协作机器人概述	3
1.2 协作机器人与人机协作	4
1.3 协作机器人结构	6
1.3.1 协作机器人本体	6
1.3.2 协作机器人一体化关节	6
1.3.3 协作机器人力传感器	7
1.3.4 协作机器人视觉传感系统	8
1.3.5 协作机器人夹爪	9
1.4 协作机器人的典型应用场景	10
1.4.1 协作机器人抓取与装配	10
1.4.2 协作机器人加工	10
1.4.3 服务协作机器人	11
1.4.4 移动协作机器人	11
第 2 章 协作机器人运动学	13
2.1 协作机器人运动学基础	13
2.1.1 位置姿态与位姿的描述	13
2.1.2 齐次变化矩阵	15
2.1.3 DH 参数描述法	16
2.2 理想机器人运动学分析	17
2.2.1 理想机器人正运动学	18
2.2.2 理想机器人逆运动学	19
2.2.3 理想机器人速度雅可比矩阵	20
2.2.4 运动学正解 MATLAB 程序	22
2.2.5 运动学逆解 MATLAB 程序	23
2.2.6 雅可比矩阵 MATLAB 程序	25
2.3 协作机器人运动学分析	28

2.3.1	协作机器人运动学正解	28
2.3.2	UR 机器人运动学逆解	30
2.3.3	UR 协作机器人 MATLAB 程序	32
第 3 章	协作机器人动力学	35
3.1	拉格朗日法动力学建模	35
3.2	牛顿-欧拉法动力学建模	39
3.2.1	无摩擦条件下的机器人动力学模型	39
3.2.2	摩擦力条件下的机器人动力学模型	41
3.2.3	机器人动力学 MATLAB 程序	42
第 4 章	协作机器人运动规划	47
4.1	协作机器人路径规划	47
4.1.1	方法一：关节空间差值规划方法	47
4.1.2	方法二：笛卡儿空间差值规划方法	48
4.2	协作机器人轨迹规划	48
4.2.1	方法一：关节空间轨迹规划方法	48
4.2.2	方法二：笛卡儿空间轨迹规划方法	49
4.2.3	关节轨迹规划 MATLAB 程序	50
4.2.4	笛卡儿空间轨迹规划 MATLAB 程序	53
4.3	基于控制的轨迹规划	55
4.3.1	基于运动学模型的轨迹规划	55
4.3.2	基于动力学模型的轨迹规划	56
4.3.3	基于控制的轨迹规划 MATLAB 程序	56
第 5 章	协作机器人运动控制	59
5.1	基于运动学模型的机器人控制	59
5.1.1	基于运动学模型的前馈控制	59
5.1.2	基于运动学模型的反馈控制	60
5.1.3	基于运动学模型的前馈-反馈控制	61
5.1.4	机器人运动学控制 MATLAB 程序	61
5.2	基于动力学模型的机器人控制	66
5.2.1	基于动力学模型的前馈控制	67
5.2.2	基于动力学模型的反馈控制	67
5.2.3	基于动力学模型的前馈-反馈控制	69
5.2.4	机器人动力学控制 MATLAB 程序	70

第 6 章 协作机器人力控制	75
6.1 协作机器人力控制算法	76
6.1.1 基于运动学模型的力控制方法	77
6.1.2 基于动力学模型的力控制方法	78
6.1.3 机器人运动学力控制 MATLAB 程序	80
6.1.4 机器人动力学力控制 MATLAB 程序	83
6.2 协作机器人力-位混合控制算法	87
6.2.1 基于运动学模型的力-位混合控制算法	88
6.2.2 基于动力学模型的力-位混合控制算法	88
6.2.3 机器人动力学力控制 MATLAB 程序	91
6.2.4 机器人动力学力-位混合控制 MATLAB 程序	93
6.3 协作机器人阻抗/导纳控制	97
6.3.1 机器人导纳控制	97
6.3.2 机器人阻抗控制	98
6.3.3 机器人动力学阻抗控制 MATLAB 程序	100
第 7 章 协作机器人视觉控制技术	104
7.1 协作机器人视觉采集	104
7.1.1 双目视觉系统视觉采集	105
7.1.2 双目视觉采集 MATLAB 程序	106
7.2 协作机器人的手眼关系	108
7.2.1 眼在手外标定方法	108
7.2.2 眼在手上标定方法	110
7.2.3 眼在手上机器人标定 MATLAB 程序	113
7.3 协作机器人视觉抓取	116
7.3.1 机器人视觉抓取流程	116
7.3.2 机器人视觉抓取 MATLAB 程序	118
第 8 章 多协作机器人协同控制技术	121
8.1 多机器人相对位置协同标定	121
8.2 多机器人位置协同控制	123
8.2.1 多机器人集中式控制	124
8.2.2 集群机器人链式分布式控制	125
8.2.3 集群机器人环式分布式控制	126
8.2.4 多机器人协同控制 MATLAB 程序	127

8.3	多机器人力交互协同控制	132
8.3.1	多机器人力交互协同控制方法	132
8.3.2	多机器人力交互协同控制 MATLAB 程序	134
第 9 章	协作机器人 ROS 操作系统	140
9.1	机器人操作系统 ROS 的组成	140
9.2	机器人操作系统 ROS 编程基础	142
9.2.1	ROS 工作空间的建立	142
9.2.2	编写 ROS 发布者	144
9.2.3	编写 ROS 订阅器	146
9.3	基于 ROS 的协作机器人操作	148
9.3.1	机器人正运动学	150
9.3.2	机器人逆运动学	151
9.3.3	机器人常用的运动指令	152
第 10 章	协作机器人开发案例	155
10.1	基于协作机器人的人机协同装配	155
10.1.1	人机协作模式的定义	156
10.1.2	模式切换条件	159
10.1.3	切换系统稳定性分析	160
10.1.4	实验案例	161
10.2	双臂协作的机器人自主穿刺	163
10.2.1	机器人标定模型	164
10.2.2	自标定方程组的解析解	166
10.2.3	自标定方程的迭代解	167
10.2.4	体外模拟自主穿刺实验	168
参考文献		171

第1章

绪论

协作机器人(collaborative robot,简称 cobot 或 co-robot),是以人机交互为基本理念设计的机器人,其特点在于机器人与人类能够在共同的工作空间中进行近距离互动。传统的工业机器人旨在通过与人的接触隔离来确保安全地而自主工作,一般需要在安全围栏或其他保护措施之下完成焊接、喷涂、搬运码垛、抛光、制孔等高精度、高速度的工作任务。与传统的工业机器人不同的是,协作机器人在设计理念上倾向于消除安全围栏,让机器人与人类共享工作空间。协作机器人区别于传统工业机器人的主要特点是易用性、灵活性、安全性、共融性,其中安全性是人机协作的前提。co-robot 的安全性可能取决于轻质的结构材料,倒圆的边缘及速度或力的限制。为确保安全性常常需要采用传感器和软件来确保良好的协作行为。

相比于工业机器人,协作机器人的主要优点有:

(1) 充分发挥人与机器人的优势。协作机器人最大的突破在于它可以直接与人类并肩合作,而无须使用安全围栏进行隔离,这种方式不仅缩短了人和机器人之间的距离,大大减少了工位所占的面积,更重要的是充分结合了人和机器的优势,彼此取长补短,让机器人辅助人类去完成那些高重复性、高精度的工作,而人类则解决灵活性高、不断优化工作。

(2) 轻量化。轻量化指机器人拥有更小的质量与惯量,可以在更多常用生活工作场景中得到应用。协作机器人本身体重量轻,能够适应不同场景的搬动和简单安装,产品安装及移动部署相对灵活。在与人接触时能够快速急停,保证与人交互时的安全性。

(3) 使用门槛低。相对于工业机器人的编程示教,协作机器人具有拖动示教的全新示教方法,并配备直观的用户编程界面,集成了易于掌握的软件系统,使得机器人的使用更加直观,极大地降低了使用门槛,对使用者更加友好。

(4) 低能耗。协作机器人普遍采用 220V 电压供电,峰值功率往往在数百瓦至 4kW 之间,因此,可以在民用场景,甚至便携式环境中使用。

(5) 安全性高。协作机器人往往配备碰撞检测程序或传感器,在出现与外界碰撞的风险时能够触发急停,防止发生与人或环境的碰撞而损坏,作为人机协作安

全的保障。其实现的方式有借助触觉感知皮肤、关节力矩传感器、电流估算力反馈模型等。在实现的方式上,务必需要体现碰撞力的设置,以满足不同环境下力的灵活设置。

(6) 成本低。协作机器人本体均价相比一般同级别工业机器人本体均价往往是其 75%~85%,价格优势明显,因此投资的回报周期短。尽管单纯从价格的角度来看,常规工业机器人的价格不高,但是为了确保可重复性等,除了机器人本身的设计要求外,还必须对机器人进行专门的配置和编程,这对大多数终端用户而言非常重要。协作机器人支持拖动示教能够减少机器人生产线调试时间。另外,如果机器人发生故障,则会影响整个生产线的工作条件,从而导致成本增加。协作机器人部署成本低,一旦发生故障可根据要求重新部署,不像传统的工业机器人部署时要改造工厂,其费用高昂。

如今,新兴产业的产品特征逐渐转向“小批量、多品种”,而机器人的灵活性又非常高,尤其是协作机器人的灵活性可以满足市场需求。无须相应地更换协作机器人,通过编程便可以快速适应下一个任务。协作机器人的操作非常容易,因此零基础的操作员就可以完成新作业的编程,从而节省了人工和时间成本。

协作机器人的优点与缺点往往是并存的。由于协作机器人更加注重人机协作,因此也导致其具有如下几个缺点:

(1) 速度低。在低功率的约束下,同时为了实现力控制与碰撞急停,协作机器人的运行速度比工业机器人慢,通常只有传统工业机器人的 $1/3 \sim 1/2$ 。

(2) 刚度低。为了减少机器人运动时的动能,协作机器人一般重量比较轻,结构相对简单。在协作机器人轻量化结构的约束下,会造成整个机器人的刚性不足。这也导致了协作机器人难以胜任在制孔等要求机器人高刚度的场景中。

(3) 负载低。低自重、低能量的要求,导致协作机器人体型都很小,负载一般为 5~20kg,工作范围与人手的臂相当。因此,在要求工作空间大、负载高的场景,协作机器人的表现不如工业机器人,如机器人码垛任务。

(4) 精度低。为了降低碰撞造成的损失,整个机器人的速度和重量必须被限制在一定范围内,且其结构简单,重复定位精度一般比传统的机器人低一个数量级。

综上所述,协作机器人与工业机器人的优、缺点,应用场景,服务对象都存在不同。随着机器人技术的发展,协作机器人与工业机器人的交叉融合会逐渐深入,但总体而言,两者的“主战场”仍然存在区别。对工作效率、可靠性有较高要求的批量化生产任务而言,工业机器人为首选对象。而对人机安全、可编程性有较高要求的个性化、中小批量的小型生产任务或人机混合生产任务而言,协作机器人往往为更优的选择。

1.1 协作机器人概述

协作机器人衍生于工业机器人,因此,从协作机器人概念的提出到协作机器人样机制作,再到协作机器人的商业应用,整个过程只花费了 10 多年时间:

1996 年,美国西北大学的 2 位教授 J. Edward Colgate 和 Michael Peshkin 首次提出协作机器人的概念并申请了专利,他们试图找到一种方法,使机器人能够安全地与工人一起工作。

2003 年,德国宇航中心的机器人学及机电一体化研究所与 KUKA 联手,设计了具有力控功能的 LBR 协作机器人系列。该机器人成为后来 KUKA iiwa 的原型机系统。

2005 年,致力于通过机器人技术提高中小企业劳动力水平的 SME 项目为协作机器人的发展带来了机遇;同年,协作机器人 Universal Robots(优傲机器人)在南丹麦大学创办成立。2008 年,UR 生产出世界上第一款协作机器人产品 UR5。

2008 年,协作机器人企业 Rethink Robotics 公司成立,并于 2011 年推出双臂机器人 Baxter。然而,由于没有找到应用市场,Rethink Robotics 公司于 2018 年倒闭,并被中国公司收购。

2014 年,Rethink Robotics 推出首款协作机器人 Baxter,ABB 发布世界首台人机协作的双臂机器人 YuMi,FANUC、Yaskawa 等多家工业机器人相继推出协作机器人产品。

2015 年,Universal Robots 推出世界上首台桌面型协作机器人 UR3,Rethink Robotics 推出第二款协作机器人 Sawyer。

2016 年,国际标准化组织(ISO)推出 ISO/TS 15066,明确了协作机器人环境中相关的安全技术规范。至此,协作机器人在标准化生产的道路上步入正轨,开启了协作机器人发展的新纪元。

相对于国外协作机器人,国内协作机器人起步晚,但发展迅速。协作机器人在中国兴起于 2014 年,当时制造业人工成本逐年提高,而机器人采购成本呈逐年下降的趋势,许多人员密集型企业面临着向智能工业化转型的客观发展需求,给国内工业机器人领域的协作机器人带来了发展机遇。相继的,傲博、节卡、新松、大族、珞石、哈工大等都相继推出了自己的机器人产品,协作机器人进入群雄逐鹿的时代。从功能上来说,国产协作机器人与国外协作机器人类似,参数指标(工作空间、重复定位精度等)也与国外协作机器人相当。同时,国产的协作机器人在成本上具有较大优势,能够迅速占领国内市场。图 1-1 给出了不同厂家不同型号的协作机器人。

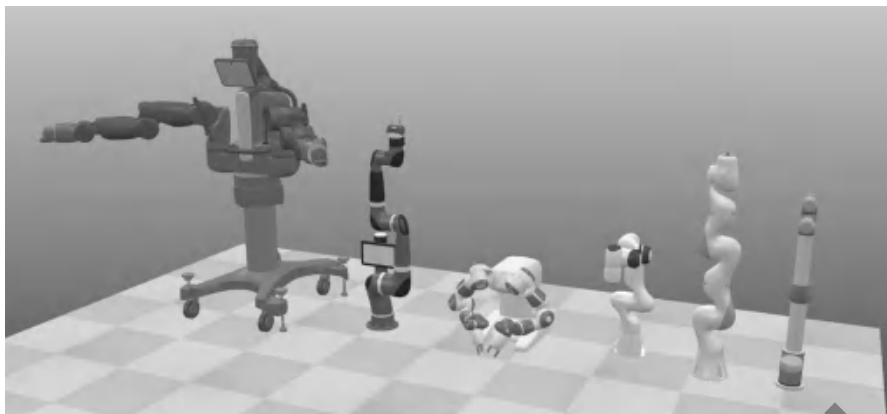


图 1-1 协作机器人家族(从左至右分别为: Baxter 机器人、SAWYER 机器人、YuMi 机器人、FrankaEmika Panda 机器人、iiwa 机器人、UR 机器人)

1.2 协作机器人与人机协作

人机协作的定义就是机器人与人相互协作,共同完成一项或多项任务,也就是说,机器人以高精度和可重复性参与操作过程,工人在它们的帮助下进行创造性工作。人机协作的方式可以是人机分工,也可以是人机协同工作。

国际标准化组织在 2016 年发布了 ISO 15066 *robots and robotic devices—collaborative robots*,以下简称 ISO/TS 15066 标准。ISO/TS 15066 规定了协作式工业机器人系统和工作环境的安全要求,并补充了对协作式工业机器人操作的要求和指南。将协作机器人的安全性分为安全级监控停止、手动引导、功率和力限制、速度和距离监控 4 个方面。

为了准确描述人机协作,需要定义人机协作行为,量化机器人可能对人造成的伤害。在此基础上,才能精确描述人机协作对协作机器人的设计要求。

由于现在的机器人无法独立完成任务,必须安装适当的末端工具,增加必要的外部辅助设施以构成机器人工作站才能正常工作,因此当我们说协作时,并不是机器人与人之间的协作,而是机器人系统与人之间的协作。机器人系统的概念包括工业机器人,末端执行器/工具,用于支持机器人完成任务的其他传感器、设备、机械设施和外部轴。在任何与机器人安全相关的规范中,风险评估的描述对象一般都是机器人系统,这一要求在协作机器人上也相同。例如,如果在协作机器人的末端安装一把锋利的刀进行切割,尽管机器人相对安全,但使用的工具非常危险。对于机器人系统来说,很难满足人机协作的要求。

机器人和人交互,必须要保证的是人的安全,碰撞检测是协作机器人务必要实现的功能,是人机协作的前提。需要强调的是,协作机器人并不是无条件安全的,在使用之前必须进行风险评估,以确定合适的防护措施。按照协作程度从低到高,ISO 10218 提出了 4 种人机协作的方式,分别为:

(1) 安全级监控停止。当人员进入协作区域时,机器人停止移动并确保安全静止,以便操作员可以执行一些操作(如在机器人上安装要加工的工件、更换机器人使用的工具等);当人们离开协作区域时,机器人可以自动恢复正常操作。这便是安全级监控停止,也是最基础的协作方式。

(2) 手动引导。手动引导是稍微高级一些的协作方式,类似于现在的拖动示教。在手动引导模式下,操作员通过一个手动操作的装置将运动指令传送给机器人系统。在操作员被允许进入协作区域并执行手动引导任务之前,机器人已经处于安全级的监控停止状态。操作员通过手动操纵安装在机器人末端或者靠近机器人末端执行器的引导装置来控制机器人完成任务。手动引导的操作流程如下:①机器人进入协作区域并触发安全级的监控停止,为手动引导做好准备——这之后操作员被允许进入协作区域;②当操作员开始使用手动引导装置控制机器人时,安全监控停止接触,操作员开始引导机器人工作;③当操作员释放手动引导装置时,应触发安全监控停止;④当操作员离开协作区域时,机器人系统可以恢复到非协作模式。如果操作员进入协作区域时,机器人系统还没有为手动引导做好准备,则应触发一个保护停止。

(3) 速度和距离监控。在这种模式下,机器人和操作员可以同时出现在协作区域,但机器人和操作员需要保持最小的安全距离。当他们之间的距离小于安全距离时,机器人立即停止,并触发与机器人系统相连的安全级功能,如收回具有伤害风险的工具。人员离开后,机器人可以自动恢复操作,但仍需保持最小安全距离。如果机器人降低移动速度,安全保护距离可以相应地缩短。速度和距离监控适用于协作区域内的所有人员。如果防护措施的执行受到协作空间内人数的限制,则应在使用说明中注明允许的最多人数。当超过该数量时,应触发保护停止。当机器人系统中某个危险部件与任何人员之间的距离小于安全距离时,机器人系统应触发保护停止,并触发与机器人系统相连的安全级功能(如关闭所有可能导致危险的工具)。其中,机器人可使用的降低违反安全距离风险的方法包括但不限于:降低速度,然后可能会切换到安全的监控停止状态;选择一条不会违反最小安全距离的路径,在保持速度和距离监控功能激活的情况下继续运动;当实际的距离达到或者超过最小安全距离时,机器人可恢复到正常的运动状态。

(4) 功率和力限制。上面提到的3种协作方式从某种意义上说更像是一种被动手段,而真正让协作机器人获得快速发展的是第4种更为本质、更为高级、更为安全的协作功能,即对机器人本身所能输出的能力和力进行限制,从根源上避免伤害事件的发生。对机器人所输出的功率和力进行限制,可以保证人在机器旁边安全地工作,又不降低机器人的工作效率,不增加应用成本,这是当前主流协作机器人所应具备的重要功能。

1.3 协作机器人结构

1.3.1 协作机器人本体

协作机器人的构型决定了其空间映射关系。一般而言,协作机器人通过关节驱动连杆结构将关节空间映射到笛卡儿空间坐标系。为了满足人机交互的友好性,并满足运动自由度的需求,协作机器人大多具有 6 个自由度,由转动关节副驱动。协作机器人的构型可以分为拟人构型与一体化关节型构型。

拟人构型是指满足 Paper 准则的机器人。机器人大多参考人手的运动模式,由 2 个肩关节和 1 个肘关节进行定位,由 2 个或 3 个腕关节进行定向。这种构形的协作机器人运动灵活,工作空间大,在作业空间中干涉较小,且机器人正逆运动学有解析解,求解方便。

一体化关节构型是指将一系列一体化关节进行串联,构成串联机械臂。该协作机器人可以由 6 个或 7 个相同或者相似的一体化关节构成。采用一体化关节可以降低生产成本,但该协作机器人不满足 Paper 法则,因此逆解求解复杂。

图 1-2(a)所示为 6 自由度协作机器人,其特点是满足 Paper 法则。Paper 法则的定义为:对于一台 6 轴机器人,其逆运动学具有封闭形式解的一个必要条件是 3 个腕关节的轴相交于一点。这意味着腕关节的运动只改变末端执行器的姿态,而不改变其位置,这种机构被称为球腕,而且几乎所有工业机器人都具有这样的腕关节。通俗来讲,对于 6 轴机器人,逆运动学具有封闭形式解的必要条件是:3 个腕关节的轴相交于一点。其中腕关节指的是第 4、5、6 关节,即后 3 个关节。此时,协作机器人的逆解存在解析解,求解方便。

图 1-2(b)所示为 7 自由度协作机器人,其不再满足 Paper 法则。同时,由于其自由度大于 6,逆解也不再唯一。此时,机器人的运动学求解将变得更加复杂。但另一方面,由于其自由度大于 6,多余的自由度能够让机器人实现避障功能,即能够保持末端不变,改变中间关节的姿态,避开路径中的障碍点。

将 2 个机械臂组合起来,便可获得双臂机器人,如图 1-2(c)所示。双臂机器人面临更加复杂的运动规划、避碰等问题。在双臂机器人系统中,双臂皆可达的工作空间被称为双臂工作空间,在此工作空间,可以完成双臂机器人的操作。

1.3.2 协作机器人一体化关节

协作机器人之所以区别于工业机器人,主要原因在于其将一体化关节作为驱动。该类型关节适用于要求电动机体积小巧紧凑、轻重量、低惯性,但高功率的应用。相对于传统工业机械臂的高刚度关节设计,协作机器人多采用空心电动机,直驱谐波减速器,驱动力与质量比低,能够满足低惯量的需求。因此,由于协作机器

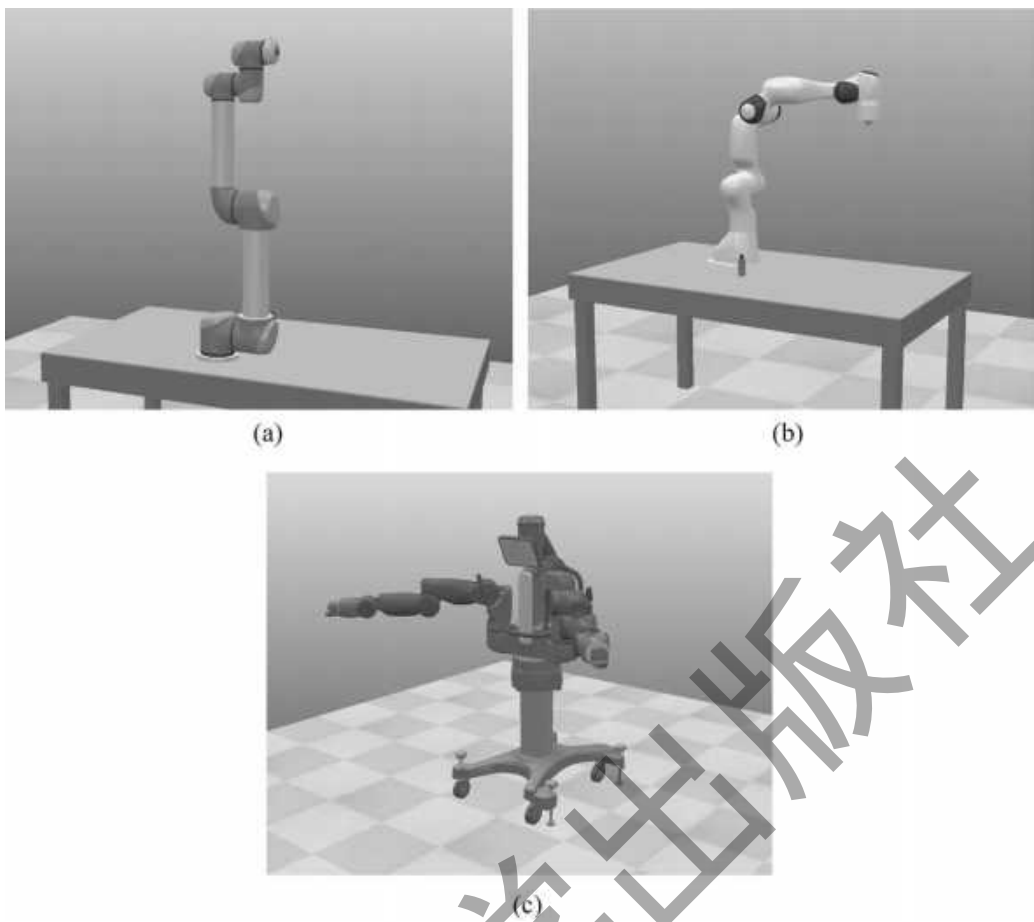


图 1-2 不同型号的协作机器人

(a) UR5 协作机器人；(b) FrankaEmika Panda 协作机器人；(c) Baxter 协作机器人

人的关节限制,其一般多用于低负载、低速运行的场景。图 1-3 给出了一体化关节的结构图。由于协作机器人一体化关节轻量化的特点,也导致了协作机器人刚度低、最大负载受限的特点。

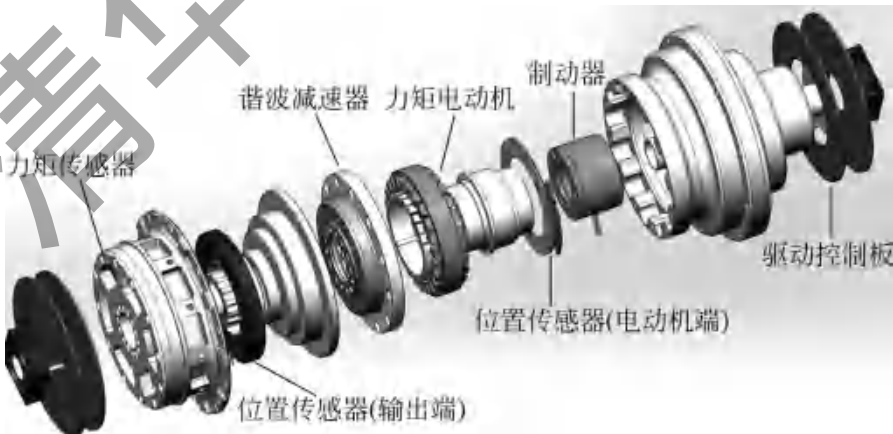


图 1-3 协作机器人一体化关节

1.3.3 协作机器人力传感器

为了感知交互力,协作机器人需要增加力传感器。力传感器的布置方法可以

分为末端布置、关节布置与基座布置,如图 1-4 所示。末端分布力传感器是指将六维力传感器安装于机械臂末端。布置于末端的力传感器能够直接感知末端的交互力,其所得到的力在笛卡儿空间下。力传感器直接采集末端交互力,此时,采集的交互力更加准确。其缺点是无法感知每个臂受到的力,当机械臂与人发生碰撞时,无法感知交互力。



图 1-4 协作机器人六维力传感器及其安装方式

关节布置是指将 6 个一维扭转力传感器安装于关节中,每个关节配置一个转动传感器,通过串联运动学,计算机器人末端受到的力。这样布置的优点在于可以分开感知每个关节的力,因此不仅可以计算末端的交互力,同时机械臂每个关节的交互力都可以感知。这样布置的缺点在于,计算出来的末端交互力的精确程度低于末端直接由力传感器感知的力的精度。同时,由于在每个关节上安装了力传感器,机器人的整体设计刚度将受到力传感器结构刚度的影响。此外,还有一种无传感器力估计方法。该方法是不增加力传感器,而是通过电流估计,计算关节力的大小。无传感器的使用主要是为了节约成本,但由于不直接采用传感器,而是通过模型估计力的大小,其力的估计精度较差,一般用于实现简单的阈值判断,作为协作机器人是否发生碰撞的判断依据。

基座布置是指将力传感器安装于机器人基座上。这样安装的好处是既不占用机器人末端负载,又不改变机器人关节的刚度。然而,由于基座与末端距离较远,力感应的灵敏度低,同时,由于机器人位姿改变、机器人运动加减速也会改变基座力传感器的读数,因此,此种安装模式难以获得精准的力数值。

1.3.4 协作机器人视觉传感系统

目前获取深度图像的方法主要有立体视觉、激光雷达测距和结构光三大类,如图 1-5 所示。立体视觉获取深度信息,指的是通过获取同一场景不同视角的多张图像,利用图像的匹配和一定的三维重建算法来计算场景对象的深度信息,如利用处于同一轴线上的两个摄像头获取场景对象的两张视差图及相机的内参和外参数计算深度信息的双目相机[图 1-5(a)]。激光雷达测距则采用飞行时间技术(time of flight, TOF),它通过记录光源投射到每个像素点的光线发射与反射间的相位变化来计算光线飞行时间,进而计算光源到每个像素点的距离,比如微软推出的

Kinect 激光相机[图 1-5(b)]。结构光获取深度数据的方式是通过结构光投射器向对象物体表面投射可控制的光点、光线或者光面,将返回的光斑与参考光斑进行对比,利用三角测量原理计算物体的三维空间信息[图 1-5(c)]。与其他深度获取技术相比,结构光技术具有计算简单、体积小、经济性好、大量程且便于安装维护的优点,因此在实际深度三维信息获取中被广泛使用。

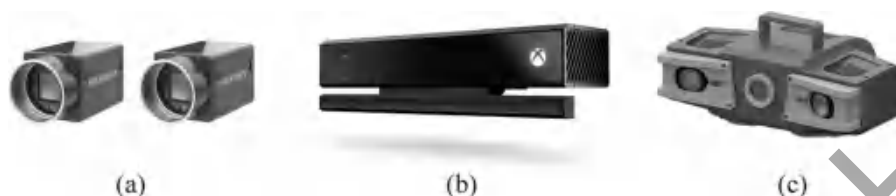


图 1-5 常用的视觉测量系统

(a) 双目相机; (b) Kinect 激光相机; (c) 结构光点云扫描仪

1.3.5 协作机器人夹爪

为了实现机器人抓取,还需要在机器人末端安装夹爪。从结构上看,机械夹爪可分为夹持式手爪与多关节多指手爪;从驱动原理看,末端夹爪主要分为液动、气动和电动 3 种类型。

夹持式手爪多为二指或者三指,包括回转型、平动型与平移型,其中以平动型比较常见。其驱动原理为采用平行四杆机构传动,手爪夹紧或者松开时,手指进行平动。多指灵巧手一般由 3 个或者 4 个手指构成,每个手指拥有多个自由度,采用独立电动机驱动。根据驱动特性,又可以分为电动机直接驱动关节、电动机通过连杆驱动关节与电动机通过传动丝驱动关节几种形式。对于不同的驱动原理而言,近年来液压系统技术成熟,从成本上来看液压驱动与另外几种不相上下,但其优点也非常明显:夹持稳定,力度均匀。而电动系统和气动系统由于受电子线路的控制,握力有时会出现不平衡。但从使用年限来看,气动和电动末端夹爪比液动夹爪的使用年限更长,维护费用也更低,因此应该根据实际生产要求来选择合适和对应的末端夹爪。图 1-6 给出了协作机器人常用的夹爪,包括平动夹爪、二指夹爪、三指夹爪。

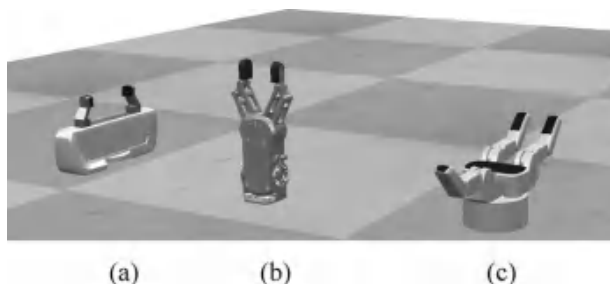


图 1-6 协作机器人常用的夹爪

(a) 平动夹爪; (b) 二指夹爪; (c) 三指夹爪

1.4 协作机器人的典型应用场景

协作机器人由于能够方便地与人交互,在一些轻量化制造产线、人机协作产线上经常能见到协作机器人的身影。对于广大中小企业来说,价格相对便宜、体积小、灵活性强的协作机器人比体积庞大且昂贵的传统工业机器人更受欢迎。除此之外,随着轻量化、低成本产品的开发,协作机器人能够为更多场景实现自动化,尤其是传统用户以外的潜在市场。协作机器人在与不同的工具端集成后,可以实现各类自动化应用和自动化流程,因此各行业的场景下都会有协作机器人的身影。

1.4.1 协作机器人抓取与装配

对于工人来说,手工挑选和安置应该是当今工厂的重复任务之一。枯燥的操作很容易导致工人犯错误,高度重复的肢体运动也很容易导致身体疲劳和受伤。从拾取和放置任务开始,协作机器人的应用是减少工人重复工作的良好开端。由于抓取对环境的自适应能力要求高,对机器人负载要求低,因此,协作机器人在抓取环境中具有很大优势。协作抓取机器人一般配备双目视觉等先进的视觉系统及机械夹爪等末端执行器,通过对被抓取物体进行识别、定位,并规划运动轨迹进行抓取。

产品离开工厂车间之前需要为运输进行适当准备,包括收缩包装、箱体装配和装载、箱体整理、放置托盘准备发运。相对于抓取,转配不仅要考虑位置精度,还需要考虑力的交互。带有力传感器的协作机器人在此场景具有较大的优势。协作装配机器人一般配有力传感器、视觉传感器与机械夹爪。通过力反馈装配体间的作用力,调节装配轨迹,实现机器人装配。在批量生产型企业中,快速的产品类型更换生产是业务的关键所在,协作机器人的快速部署特性更适用于此场景。

1.4.2 协作机器人加工

机加工操作是指需要使用工具来加工工件的所有操作过程。协作机器人通常用于黏合、分配和焊接过程。每个加工任务都需要使用工具重复完成固定路径。如果完成这些任务,则需要投入大量时间对新员工进行培训,以满足成品的要求。使用协作机器人后,可以在一个机器人上编程后将其复制到其他机器人上使用,同时,协作机器人也解决了工人的准确性和重复操作问题。传统的焊接机器人系统通常要求操作员具备非常丰富的机器人编程和焊接知识。

协作机器人系统的优点是编程简单,只需通过位置和方法或传统的 CAD/CAM 编程来实现。它简化了机器人编程,并允许只有焊接经验的工人完成协作机器人的编程。根据固定焊枪、密封胶、胶水或焊膏种类的不同,协作机器人应用的

末端执行器也各不相同。

除此之外,协作机器人还可进一步用于精加工。工人进行的精加工必须使用手动工具,操作过程通常很费力,且工具引起的振动也可能导致操作人员受伤。协作机器人可以提供精加工所需的强度和可重复性。操作人员可以完成的精加工类型包括抛光、研磨、去毛刺。操作人员可以通过手动示教或计算机编程的方法使机器人完成相应的动作。协作机器人所具有的力控制系统使机器人更加耐用,它通过末端执行器或内置的力传感装置,可以实现对不同尺寸零件的精加工。

1.4.3 服务协作机器人

近年来,技术门槛逐步降低、客户认可逐步提升、应用场景越来越多、AI 技术日趋成熟等因素都在促进协作机器人在消费领域的需求提升。由于协作机器人能够很好地与人交互,因此,协作机器人天生就适用于服务场景。协作机器人目前可以实现倒水、泡咖啡、给人递物等功能。

例如,基于协作机器人轻量化和灵活的机械臂,其逐步应用到餐饮行业。协作机器人紧凑的结构和模块化设计,使得它非常灵活和柔顺,可以顺利完成做菜需要的动作。规范化的操作保证了餐品的味道,同时隔绝了人员的接触而更加卫生。在熟知的餐饮行业中,如机器人餐厅、咖啡屋、奶茶店、茶艺室、调酒吧等场所都可以看到协作机器人的身影。但协作机器人在餐饮行业的应用仍有很多不足之处,如模块化的设计使得关节运动中产生的热量难以及时散发出去,协作机器人材质面对厨房复杂的酸、盐、湿环境难以保证正常的工作寿命。

1.4.4 移动协作机器人

现在很多制造业的产商都会遇到一样的难题——劳动力紧缺,为了降低人工成本,提升生产率,引进工业机器人是一个不错的选择。但传统机器人的问题在于:它的安装位置是固定的,必须在固定空间里工作,而且传统的工业机器人有一定的危险性,所以不能和人互动是传统工业机器人的缺陷,因此移动协作机器人应运而生。

移动协作机器人也叫复合型机器人,是指在 AGV 移动平台上安装协作机器人就可以实现协作机器人的自主移动。使得协作机器人不再局限于某一个单元、区域及工种,而是提升为生产线团队中的“自由机器人”,不仅可以在各工序间做搬运和调度,还能够根据生产扩展的需要,将机器人调配到任意一个工位中共同参与生产,或者在特定的安全区域与操作人员进行协同工作。此类机器人可以在工厂环境中实现自动上下料和设备、环境的自动巡检。例如,AGV 搭载 UR 协作机器人主要用于多工位的组装、搬运工作。

移动协作机器人在操作过程中“手脚眼并用”,具有诸多优势,包括:

1) 提高生产过程中的自动化水平

移动机器人有利于提高原材料配件的传送、工件的装卸及机器的装配等自动化程度,从而可以提高劳动生产效率,降低生产成本,加快实现工业生产机械化和自动化的步伐。

2) 改善劳动条件,避免发生人身事故

移动协作机器人可部分或全部代替人安全地完成恶劣环境下的危险作业,大大地改善工人的劳动条件。同时,一些简单但又烦琐的搬运工作可以由移动协作机器人来代替,以避免由于人操作疲劳或疏忽而造成的损失。

3) 生产线的柔性化

移动协作机器人完成了一道工序就可以进行下一道工序,具有较高的灵活性。由多台移动协作机器人组成移动的装配合、加工台可形成高度柔性生产线。协作机器人可以灵活改变位置,与工人共享空间,更好地跟人互动,同时发挥人和机器人的优势,达到更好的效果。

随着移动机器人的普及,未来我们生活的各个领域都有可能出现移动机器人的身影。

机器人运动学(kinematic),主要用于求解机器人运动的几何关系。机器人运动学包括正向运动学和逆向运动学,正向运动学即给定机器人各关节变量,计算机器人末端的位置姿态;逆向运动学即已知机器人末端的位置姿态,计算机器人对对应位置的全部关节变量。

2.1 协作机器人运动学基础

2.1.1 位置姿态与位姿的描述

为了描述空间中点的位置,我们需要建立一个直角坐标系。坐标系建立之后,就能用一个 3×1 的位置矢量给空间坐标系中的任何点定位。同时,我们要标明矢量定义在哪一个坐标系。例如, ${}^{gl}\mathbf{P}$ 指相对坐标系 $\{gl\}$ 中一个点的位置:

$${}^{gl}\mathbf{P} = [p_x \quad p_y \quad p_z]$$

矢量的各个元素用下标 x 、 y 、 z 标明。

我们不仅需要表示空间中的点,还需要描述空间中物体的姿态。欧拉角并不是唯一描述姿态的方法,比如四元数也是一种描述物体姿态的方法。但由于欧拉角比较直观,因此,本书统一采用欧拉角对运动的姿态进行描述。

欧拉角是用来唯一地确定定点转动刚体位置的三个一组独立角参量,由章动角 θ 、进动角 ψ 和自转角 φ 组成,为欧拉首先提出,故称为欧拉角。

如图 2-1 所示,由定点 O 作出固定坐标系 $Oxyz$ 及固连于刚体的坐标系 $Ox'y'z'$ 。以轴 Oz 和 Oz' 为基本轴,其垂直面 Oxy 和 $Ox'y'$ 为基本平面,由轴 Oz 量到 Oz' 的角度 θ 称为章动角。平面 zOz' 的垂线 ON 称为节线,它又是基本平面 $Ox'y'$ 和 Oxy 的交线。在右手坐标系中,由 ON 的正端看,角 θ 应按逆时针方向计量。由固定轴 Ox 量到节线 ON 的角度 ψ 称为进动角,由节线 ON 量到动轴 Ox' 的角度 φ 称为自转角。由轴 Oz 和 Oz' 正端看,角 ψ 和 φ 也都按逆时针方向计量。

3 个欧拉角是不对称的,在几个特殊位置上具有不确定性(当 $\theta = 0^\circ$ 时, φ 和 ψ

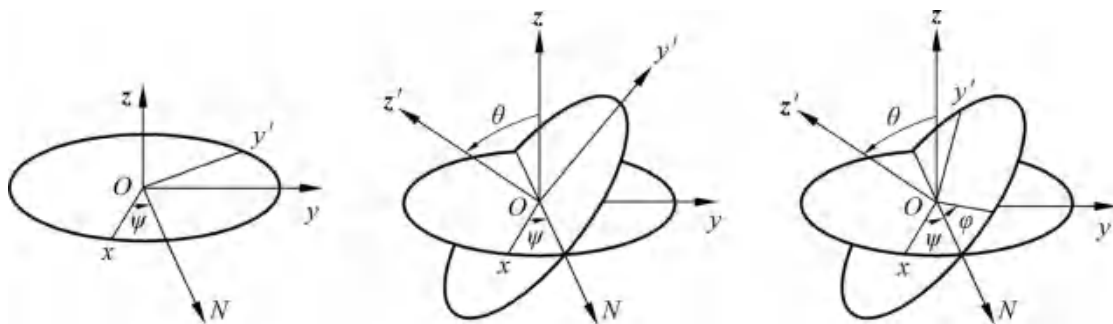


图 2-1 欧拉角的定义

就分不开)。对不同的问题,宜取不同的轴作基本轴,并按不同的方式量取欧拉角。

若令 $Ox'y'z'$ 的原始位置重合于 $Oxyz$, 经过相继绕 Oz 、 ON 和 Oz' 的三次转动 $Z(\psi)$ 、 $N(\theta)$ 、 $Z'(\varphi)$ 后, 刚体将转到图 2-1 的任意位置(见刚体定点转动)。变换关系可以写为

$$\mathbf{R}(\psi, \theta, \varphi) = \mathbf{Z}'(\varphi)\mathbf{N}(\theta)\mathbf{Z}(\psi) \quad (2-1)$$

式中 $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{Z}'$ 、 $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{Z}$ 是转动算子, 可用矩阵表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}'(\varphi) &= \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}(\theta) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \\ \mathbf{Z}(\psi) &= \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-2)$$

进一步的, $\mathbf{R}$ 可以描写为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\psi, \theta, \varphi) &= \mathbf{Z}'(\varphi)\mathbf{N}(\theta)\mathbf{Z}(\psi) \\ &= \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi\cos\theta & \sin\psi\cos\varphi + \cos\psi\sin\varphi\cos\theta & \sin\varphi\sin\theta \\ -\cos\psi\sin\varphi - \sin\psi\cos\varphi\cos\theta & -\sin\psi\sin\varphi + \cos\psi\cos\varphi\cos\theta & \cos\varphi\sin\theta \\ \sin\psi\sin\theta & -\cos\psi\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-3)$$

因此, 通过 $\mathbf{R}$, 我们可以描述任意一个坐标系的姿态。

当已知转化矩阵时, 我们可以通过转化矩阵求欧拉角。式(2-3)中的 $\mathbf{R}(\varphi, \theta, \psi)$ 可以写为

$$\mathbf{R}(\varphi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

则最终的欧拉角为