

# 第 5 章

## 数字频带传输



导学图

许多重要的通信信道是带通型的,这些信道的传输频带位于某非零频率附近。比如,所有的无线电信道(如,微波与卫星信道)和很多的有线信道都是带通的。在带通信道上传输数字消息的方法统称为**数字频带传输技术**,也称为**数字调制技术**。从广义上讲,调制包括基带调制与带通调制,但在很多场合中,调制特别指带通调制。

带通调制的基本思想在第 3 章的模拟频带传输中已经讨论过了,它利用正弦载波的振幅、频率和相位把基带消息“送入”带通信道内。具体的方法有三种:调幅(AM)、调频(FM)与调相(PM)。在数字调制中,它们又分别称为幅移键控(ASK)、频移键控(FSK)与相移键控(PSK)。图 5.0.1 给出了二元序列的这三种已调信号的波形,从中可以清楚地看到三种调制制式分别借助于载波的振幅、频率与相位承载二元符号的基本特点。

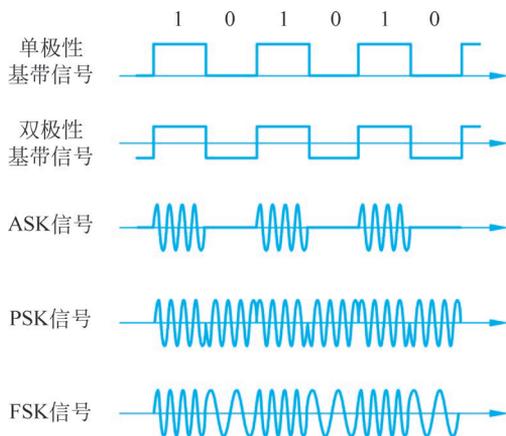


图 5.0.1 二元 ASK、PSK 与 FSK 的信号波形

从另外一个角度看,数字传输的基本特征是逐时隙地传输消息符号。无论是基带通信还是频带通信,发送时都用特定的信号表征某种消息符号,经过信道后再根据信号的特征判断出原来的符号。如果把信号抽象为点,进而从几何空间上直观地观察符号转换为点,传输后点再还原回符号的过程,就能够更好地探讨数字通信的核心,这一分析方法称为信号空间分析。

本章系统地讨论数字带通调制技术,内容要点包括:

- (1) 信号空间分析方法——信号点与信号空间的概念、传输过程的几何解释、信号星座图、频带信号的 2D 空间、频带调制与解调的基本原理。
- (2) 二元模式——BPSK 与 BASK(OOK)、星座图与信号波形、最佳传输系统框图、误码性能分析、等效基带信道、无 ISI 传输、功率谱与典型带宽。
- (3) QPSK 模式——星座图与波形特点、最佳传输系统、差错性能分析。
- (4) 一般多元模式——MPSK、QAM 与 MASK、典型星座图及其对比、最佳传输系统、最小距离判决准则、误码性能比较、传输信号带宽。

(5) 差分 PSK 与非相干解调——二元 DPSK 与差分检测方法、DQPSK 与  $\pi/4$  DQPSK、包络起伏与 OQPSK、OOK 的非相干解调方法。

(6) FSK 模式——BFSK 星座图、频率正交条件与误码性能、MFSK 与高维星座图、功率谱与带宽、非相干解调方法。

(7) 最小频移键控(MSK)——连续相位 FSK 原理、MSK 信号及其频谱特点、发送与接收方法、高斯 MSK 的基本原理与特点。

(8) 载波同步——相干解调中载波偏差的影响、平方环法与四次方环法、科斯塔斯环法、(非数据辅助的)导频法。

(9) 系统比较与讨论——单频点与多频点形式、功率谱与典型带宽,二元与 QPSK 系统的误码性能比较,一般多元系统的性能比较、各自特点与应用方向。

## 5.1 信号空间分析基础

数字消息符号借助信号进行传输。如果把信号抽象为点,可以在几何空间中直观地考察数字传输的本质过程,进而更好地分析各个核心要素。这种方法称为信号空间分析,它可以统一地研究基带或频带传输,也可以直观地透析简单的二元模式或复杂的多元模式,因此,它是一种有效的分析方法。

### 5.1.1 信号空间的概念

#### 1. 概念引入

回顾二元基带传输系统,其框图与传输过程如图 5.1.1 所示。图 5.1.1 下部展示了两种符号各自的传输过程:不同的消息符号借助不同幅度的脉冲信号传输,接收端滤波处理后得到相应的抽样值(观察值),正因为抽样值的不同,最终可以还原出不同的符号。

传输过程中最核心的三个要素分别是消息符号、传输信号与观察值,不妨将这几个要素简明地表示成图 5.1.2 的形式。注意,图 5.1.2 中信号的表示有些独特,它们被表示为数轴上的点。构思一根  $g_T(t)$  的“信号轴”, $s(t) = k g_T(t)$  就可以表示为该轴上  $k$  处的一个点, $k$  可称为该信号的“坐标值”。另外,观察值受噪声的影响,其取值不确定,图 5.1.2 中采用阴影表示它的大体范围。

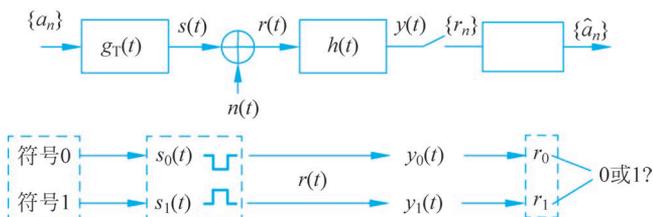


图 5.1.1 数字基带传输系统及其信号传输过程

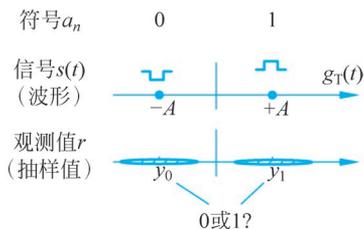


图 5.1.2 数字传输中的消息符号、传输信号与观察值

用点来表示信号(或波形)的做法很奇妙,但其实不难理解。从线性代数的角度看,数轴是一维空间的几何表示,其上的点代表的是向量。然而,向量不仅能表征普通实数,也可以代表高度抽象的某类复杂对象,包括信号或波形。

将信号抽象为点或向量,称为**信号点**或**信号向量**,所有信号点的全体构成**信号空间**。在此基础上,运用线性代数的基本理论与直观的几何方法来分析信号及其传输过程,称为(数字传输的)**信号空间分析**。

## 2. 理论基础

回顾向量及其坐标的两个基本公式,以二维向量为例,

$$\boldsymbol{v} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} \quad \text{与} \quad \begin{cases} x = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{i} \\ y = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{j} \end{cases} \quad (5.1.1)$$

其中, $\boldsymbol{i}$ 与 $\boldsymbol{j}$ 分别表示两个方向的基向量,“ $\cdot$ ”表示向量的内积运算。第一个公式说明向量由其坐标 $(x, y)$ 唯一确定,如图 5.1.3 所示。第二个公式是计算向量坐标的基本方法,其几何含义为投影。可以这样简单证明: $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{i} = x\boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{i} = x \times 1 + y \times 0 = x$ ,因为 $\boldsymbol{i}$ 与 $\boldsymbol{j}$ 是正交的且各自归一化的,即, $\boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{j} = 0, \boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{i} = 1$ 与 $\boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{j} = 1$ 。

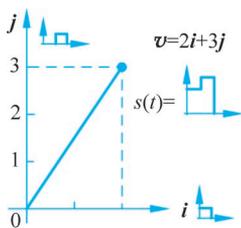


图 5.1.3 信号向量示例

考虑 $\boldsymbol{i}$ 与 $\boldsymbol{j}$ 分别是两个矩形信号,如图 5.1.3 中的信号波形所示,那么 $\boldsymbol{v}$ 是由它们构成的一类信号, $x$ 与 $y$ 是 $\boldsymbol{v}$ 的坐标,所有这样的 $\boldsymbol{v}$ 构成一个二维信号空间。

同理,对于更为一般的  $N$  维信号(列)向量 $\boldsymbol{v} = [v_1, v_2, \dots, v_N]^T$ ,有

$$\boldsymbol{v} = \sum_{j=1}^N v_j \boldsymbol{e}_j \quad \text{与} \quad v_j = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{e}_j \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (5.1.2)$$

其中, $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \dots, \boldsymbol{e}_N$ 为 $N$ 维信号空间的(正交且归一化)基(信号)向量, $v_1, v_2, \dots, v_N$ 是 $\boldsymbol{v}$ 的坐标值。显然,维数 $N$ 加大,表示的信号可以更为复杂。

信号(向量)的内积具体是什么呢?我们规定:两信号 $s_1$ 与 $s_2$ (对应于 $s_1(t)$ 与 $s_2(t)$ )的内积为

$$\boldsymbol{s}_1 \cdot \boldsymbol{s}_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t) s_2(t) dt \quad (5.1.3)$$

显然,从信号处理的角度看,内积正是相关运算。细想一下,信号相关与向量投影的含义非常吻合。基于(信号的)内积,容易进一步得出,

### ① 信号能量

$$E_s = \boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{s} = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt$$

### ② 信号模长(rms 值)

$$\|\boldsymbol{s}\| = \sqrt{E_s}$$

### ③ 信号(点)距离

$$d = \|\boldsymbol{s}_1 - \boldsymbol{s}_2\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |s_1(t) - s_2(t)|^2 dt}$$

## 3. 传输过程的几何解释

运用信号向量与空间的思想,我们重新审视上述的数字基带传输系统。由于基于单个基本信号 $g_T(t)$ ,其传输过程可在一维信号空间中讨论。考虑某个基向量 $\boldsymbol{f}$ ,相应的信号表示为

$$\boldsymbol{f}(t) = \alpha g_T(t) \quad (5.1.4)$$

其中,  $\alpha = 1/\sqrt{E_g}$ , 而  $E_g$  为基本信号的能量。显然,  $f(t)$  本质上就是  $g_T(t)$ , 系数  $\alpha$  使其能量归一化。下面考察  $M$  元基带传输系统:

首先, 为了传输  $M$  元符号需要  $M$  个不同的信号。全体信号的集合, 其几何形式为  $M$  点的图案, 形象地称它为**信号星座图**。以二元系统为例, 其星座图为两个点的图案。

而后, 建立数字传输系统, 如图 5.1.4 所示。图 5.1.4 左下方给出了信号星座图, 以二元双极性为例, 星座图中两个信号点(的坐标值)分别为  $x_1 = +A\sqrt{E_g}$  与  $x_2 = -A\sqrt{E_g}$ , 对应于幅度为  $\pm A$  的两个信号。以第  $n$  时隙详细说明如下(沿图 5.1.4 中虚线箭头):

(1) 在发送方, 按星座图生成传输信号,

$$\text{由 } a_n \rightarrow \text{信号点坐标值} \rightarrow s(t) = x_1 f(t) \text{ 或 } x_2 f(t)$$

(2) 经过 AWGN 信道传输后,

$$s(t) \rightarrow r(t) = s(t) + n(t)$$

(3) 接收方通过两个环节进行接收。

- **解调:** 由  $r(t) \rightarrow$  观察值  $r_n = \int_{-\infty}^{\infty} r(t) f(t) dt$  (运用内积运算求出坐标)。
- **判决:** 由  $r_n \rightarrow$  估计出本时隙的符号  $\hat{a}_n$  (通过对照预置的门限来完成)。

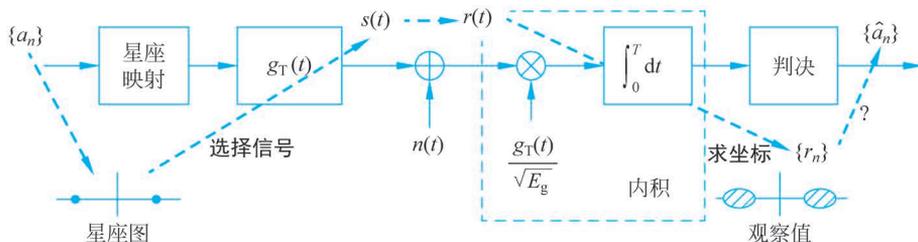


图 5.1.4 基带传输系统与过程

注意观察值  $r_n$ : 如果没有噪声,  $r_n$  就是被发送信号的坐标值; 如果有噪声, 它会随机偏离原坐标值一点。采用信号的坐标值作为其观察值, 供后续判断发送符号是哪一个, 直观上讲应该是合理的。其实, 内积运算等价于匹配滤波, 而匹配滤波提供“最佳信噪比”的观察值。

下面来说明这一点: 考虑  $h(t)$  为  $f(t)$  的匹配滤波器, 记为  $h(t) = cf(T-t)$ ,  $T$  为抽样时刻。可以发现,

$$[s(t) * h(t)] \Big|_{t=T} = \left\{ c \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) f[T - (t - u)] du \right\} \Big|_{t=T} = c \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) f(u) du \quad (5.1.5)$$

当  $c=1$  时, 信号通过匹配滤波的结果与它通过相关处理(即内积运算)的结果完全一样。即使  $c$  不等于 1, 输出的结果将成比例地改变, 但其信噪比是不变的, 只要后续的判决门限作相应调整, 判决结果就是完全一样的。因此, 在数字接收中, 内积运算等价于匹配滤波。

如果将图 5.1.4 中的内积单元(虚线框)替换为匹配滤波器, 那么该框图正是常见的最佳接收系统形式。所以, 这种基于信号空间思想与内积运算的接收机就是最佳接收机。

**例 5.1** 某四元 PAM 传输系统的数据速率为 10kbps, 传输信号采用 RZ 矩形脉冲, 四种幅度分别为  $\pm 1V$  与  $\pm 2V$ 。试给出该系统信号空间的基信号波形与信号星座图。

**解** 首先, PAM 传输采用单一的脉冲信号, 对应于一维信号空间, 其基函数为归一化的 RZ 矩形脉冲, 如图 5.1.5(a)所示。由于码率为 5000Baud,  $T = 1/5000(s)$ , 再由归一化要

求,  $A^2 T/2=1$ , 因此, 幅度为  $A=\sqrt{2/T}=100(\text{V})$ 。

其次, 由于 1V 与 2V 信号的能量分别是

$$E_1=1^2 \times T/2=10^{-4} \quad \text{与} \quad E_2=2^2 \times T/2=4 \times 10^{-4}$$

相应的信号模长分别为  $\sqrt{E_1}=10^{-2}$  与  $\sqrt{E_2}=2 \times 10^{-2}$ , 可得, 信号星座图如图 5.1.5(b) 所示。

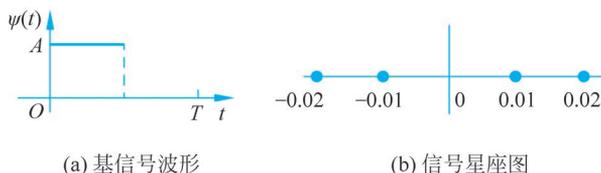


图 5.1.5 四元 PAM 传输的基信号与信号星座图(RZ 矩形脉冲)

## 5.1.2 频带传输与二维信号空间

### 1. 频带信号的二维特性

**频带信号(或带通信号)**是频谱集中于某个频域局部的信号。由信号的基础知识可知, 任何频带信号都可以写成如下的规范形式:

$$s(t) = x(t)\cos(2\pi f_c t) - y(t)\sin(2\pi f_c t)$$

其中,  $x(t)$  与  $y(t)$  分别是其同相与正交的分量,  $f_c$  是它的中心频率, 也称为载波频率。上式中,  $\cos$  与  $\sin$  信号彼此正交, 因此频带信号天生具有二维特性。

为了用于数字消息符号的传输, 需要考虑时隙局部形状特性。为此, 构造以基带信号  $g_T(t)$  为(时隙)包络的频带传输信号, 如下:

$$s(t) = a_c g_T(t)\cos(2\pi f_c t) - a_s g_T(t)\sin(2\pi f_c t) \quad (5.1.6)$$

其中,  $a_c$  与  $a_s$  为同相与正交分量的幅度,  $g_T(t)$  反映了信号的包络。如图 5.1.6 所示, 从频域上看, 频带信号是基带信号搬移的结果。显然, 频带信号的带宽  $B_T$  为基带  $g_T(t)$  带宽的 2 倍, 即  $B_T=2B$ ; 而且, 中心频率  $f_c$  应该大于基带带宽  $B$ , 实际上  $f_c$  总是远大于  $B$ 。

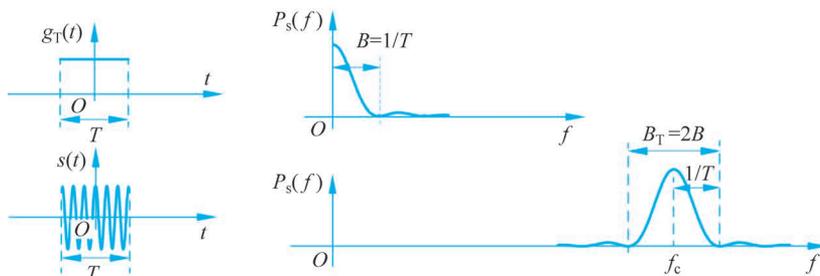


图 5.1.6 基带包络信号与频带传输信号及其频谱(以矩形 NRZ 为例)

考察下式,

$$\begin{aligned} & \int_{-T/2}^{T/2} [g_T(t)\cos(2\pi f_c t)][g_T(t)\sin(2\pi f_c t)] dt \\ &= \frac{1}{2} \int_{-T/2}^{T/2} g_T^2(t)\sin(4\pi f_c t) dt = \frac{1}{2} g_T^2(t)\sin(4\pi f_c t) \end{aligned}$$

的直流分量, 由信号的基础知识可知,  $g_T^2(t)$  的带宽不大于其自身带宽的两倍, 即  $2B$ ; 而乘

以  $\sin(4\pi f_c t)$  使其频谱搬移到  $2f_c$  处,由  $f_c \gg B$  可知,搬移后信号的直流分量为零。即使面对  $g_T(t)$  的绝对带宽无穷的情况,比如矩形脉冲,只要  $f_c \gg B$ ,或令  $f_c$  为  $B$  的整数倍(这时搬移后信号的频谱零点正好落到  $f=0$  处),也可以使上式的直流分量为零。因此,上面积分式中的两个部分是正交的。基于这两个部分,不妨令

$$\begin{cases} f_{\cos}(t) = \sqrt{\frac{2}{E_g}} g_T(t) \cos(2\pi f_c t) \\ f_{\sin}(t) = -\sqrt{\frac{2}{E_g}} g_T(t) \sin(2\pi f_c t) \end{cases} \quad (5.1.7)$$

其中,  $E_g$  为  $g_T(t)$  的能量。显然,它们既是正交的,也是归一化的。

于是,  $f_{\cos}(t)$  与  $f_{\sin}(t)$  可以作为两个基信号(向量),使式(5.1.6)的频带信号表示为

$$s(t) = a_c f_{\cos}(t) + a_s f_{\sin}(t) \quad \text{或} \quad \mathbf{s} = a_c \mathbf{f}_{\cos} + a_s \mathbf{f}_{\sin} \quad (5.1.8)$$

其中,  $(a_c, a_s)$  为信号的坐标值。注意,上式中原本应该包含  $\sqrt{E_g/2}$  因子,为了简化书写不妨把它纳入坐标值中,此处则忽略掉。

## 2. 频带传输过程

基于信号向量与空间的思想,频带传输在二维信号空间中进行,它的两个基信号就是  $f_{\cos}(t)$  与  $f_{\sin}(t)$ 。类似于前面对基带系统与图 5.1.4 的讨论,我们看到:

(1) 信号星座图——对于  $M$  元符号,需构造  $M$  点的二维星座图。各信号点的坐标标明了各自的具体构成,同时,也给出了它的能量。另外,信号点的布局与彼此距离,直观地讲,会影响它们在噪声中的可辨识程度(即系统的误码性能)。

(2) 发送——由消息符号选择信号点,再由点的坐标形成发送信号。

(3) 接收——包含两个环节。

- 解调:由  $r(t)$  求出观察向量  $\mathbf{r}_n = (r_{cn}, r_{sn})$ 。由于是二维的,因此两个坐标需要两个内积运算。
- 判决——由二维的  $(r_{cn}, r_{sn})$  估计出本时隙的消息符号  $\hat{a}_n$ 。

请注意,上述过程中信号的具体特性几乎“不见”,诸如频带位置、频域形状与带宽等,它们由  $g_T(t)$  与  $f_c$  控制着,被“收纳”在基信号  $f_{\cos}(t)$  与  $f_{\sin}(t)$  中。上面的分析方法让我们可以避开这些细节差异,而专注于解决传输中共性的核心问题。

### 5.1.3 频带传输的调制与解调方法

调制与解调是频带传输系统的两个重要的环节,下面予以详细说明。

**调制**——基本功能是由符号生成频带传输信号,其公式表述如式(5.1.8)所示,相应的框图如图 5.1.7(a)所示。每个发送符号  $a_n$  按照星座图映射为相应的信号点  $(a_{cn}, a_{sn})$ ,而后插入成形滤波,再由正交调制把频谱搬移到载波位置,两个支路合并后可以适当调节信号的幅度,最后送入信道。

**解调**——基本功能是把收到的连续频带信号“转换”为二维观察向量,本质上就是计算信号点的坐标值,其框图如图 5.1.7(b)所示。它包括上、下两个计算内积的支路,分别基于  $f_{\cos}(t)$  与  $f_{\sin}(t)$  进行,具体内容是:  $r(t)$  先乘以  $2\cos$ (或  $2\sin$ ),再乘以  $g_T(t)/\sqrt{E_g}$ ,最后做积分运算。图 5.1.7 中先将  $\cos$  与  $\sin$  的乘法放在前面,可突出解调过程中频谱搬移的物

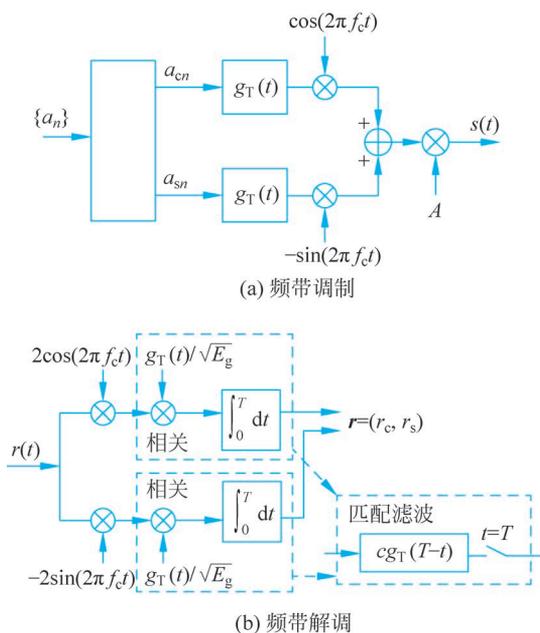


图 5.1.7 频带调制与解调框图

理本质。值得注意的是,解调过程中的频谱搬移必须借助同频同相的本地载波,因此,这种解调本质上是相干解调。

进一步地,在图 5.1.7(b)中部虚线框部分中,将  $g_T(t)$  乘法器与后面的积分器结合在一起,可构成关于  $g_T(t)$  的(基带)相关器。如果再借助式(5.1.5)的结论, $g_T(t)$  的相关器等价于它的匹配滤波器,因此,图 5.1.7(b)中部的两个虚线框单元还可以用右边的(基带)匹配滤波器替代(其中, $c$  是任意常数)。

综上所述,解调单元可以有下面几种等价的形式:

$$\begin{aligned}
 f_{\cos}(t) \text{ 或 } f_{\sin}(t) \text{ 的相关器} &= f_{\cos}(t) \text{ 或 } f_{\sin}(t) \text{ 的匹配滤波器} \\
 &= \text{乘以 } \cos \text{ 或 } \sin + g_T(t) \text{ 的基带相关器} \\
 &= \text{乘以 } \cos \text{ 或 } \sin + g_T(t) \text{ 的基带匹配滤波器} \quad (5.1.9)
 \end{aligned}$$

理论与应用中,可以根据需要采用上面任何一种形式,基于所采用形式的特点,相应的接收机常常被称为**相关型**或**匹配滤波型**接收机。

一般来讲,频带传输的调制与解调包含同相与正交两个支路,它们也被称为**正交调制/解调**。

最后,信号空间分析方法运用数学抽象,它借助基向量“封存”具体的信号细节,聚焦于数字传输的核心要素。后面我们将看到,它所讨论的问题既可以是频带的,也可以是基带的;既可以是二元的,也可以是多元的;既可以是简单的一维与二维传输信号,也可以是更复杂的多维传输信号。因此,它具有广泛的适用性。

## 5.2 二元频带传输

二元(或二进制)数字传输系统是最基本的,它所传输的符号只有 0 与 1 两种取值,因此只需要两个信号点。本节介绍最基本的两种二元频带传输方式(BPSK 与 BASK,它们分别

借助载波的相位与幅度来构建信号点)；说明它们的星座图与波形特点、最佳接收系统与误码性能、无 ISI 传输、信号频谱与带宽。

### 5.2.1 基本概念

最典型的二元频带传输方式分别是二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK 或 2PSK)与二进制幅移键控(Binary Amplitude Shift Keying, BASK 或 2ASK), 它们的星座图分别如图 5.2.1(a)与(b)所示, 由于只有两个信号点, 它们只需要一个基信号  $f_{\cos}(t)$ , 因此退化为一维信号空间。

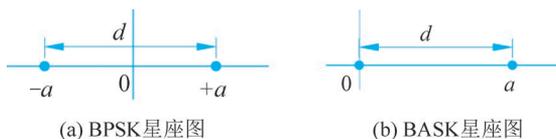


图 5.2.1 二进制相移键控(BPSK)与二进制幅移键控(BASK)星座图

以 NRZ 矩形包络为例, BPSK 与 BASK 的传输信号波形如图 5.2.2 所示, 为了便于查看, 图中对应 0 码元的波形部分采用了细线条。

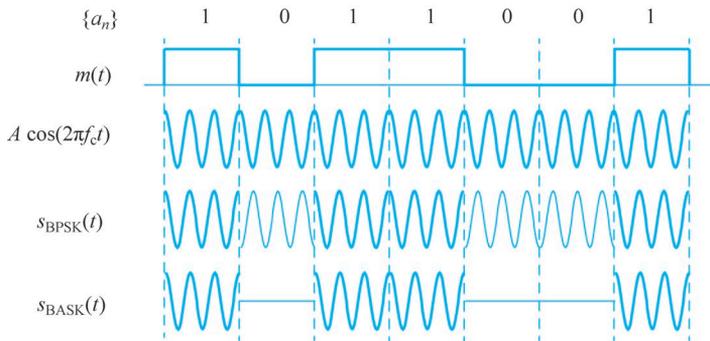


图 5.2.2 BPSK 与 BASK 的传输信号波形示例

在单个时隙上, 两种信号也可以分别用公式表示如下,

$$s_{\text{BPSK}}(t) = \begin{cases} +A \cos(2\pi f_c t), & a_n = 1 \\ -A \cos(2\pi f_c t), & a_n = 0 \end{cases} \quad \text{与} \quad s_{\text{BASK}}(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_c t), & a_n = 1 \\ 0, & a_n = 0 \end{cases} \quad (5.2.1)$$

容易看出, 对于矩形 NRZ 的简单情况, BPSK 与 BASK 信号可以通过开关“键控”的方法来生成, 如图 5.2.3 所示。从信号的特点看, BPSK 借助载波的正负极性, 即 0 或  $\pi$  相位; 而 BASK 信号借助载波的幅度变化, 由此可见它们名称的由来。另外, BASK 信号特点也可以看作载波的“有”与“无”, 即“启”与“闭”, 因此这种方式又常常被称为二进制启闭键控(On-Off Keying, OOK)。

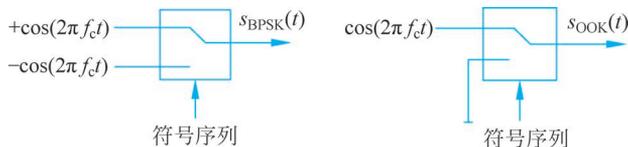


图 5.2.3 BPSK 与 OOK 的键控生成方法



OOK与BPSK

**例 5.2** 某 OOK 传输系统的数据速率为 1000bps, 幅度为 2V。试求其星座图中信号点的距离  $d$ 。

**解** 不妨考虑 NRZ 矩形脉冲成形的简单情况, 由于  $T$  长的 2V 载波信号的能量是

$$E = A^2 T / 2 = 2^2 / 1000 / 2 = 2 \times 10^{-3}$$

由 OOK 星座图可知,  $d = \sqrt{E} = \sqrt{20} \times 10^{-2} \approx 0.0447$ 。 ■

### 5.2.2 最佳传输系统与误码率

根据 5.2.1 节介绍的频带传输的调制与解调方法, 可以得出 BPSK 与 OOK 传输系统的框图如图 5.2.4 所示。由于它们的星座图只涉及一个  $\cos$ “轴向”, 因此图中仅有一条同相支路。接收机采用匹配滤波(MF)型, 滤波器为  $h(t) = cg_T(T-t)$ , 判决器的门限  $V_T$  稍后加以说明。

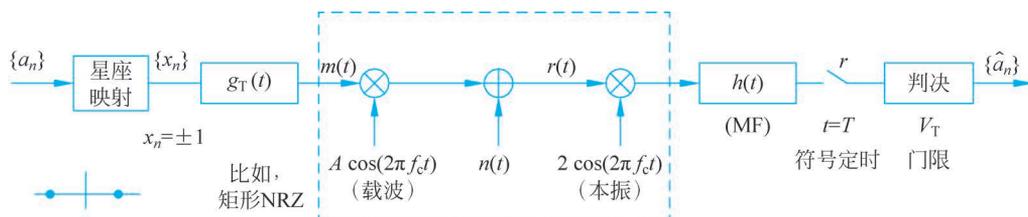


图 5.2.4 二元频带传输系统框图(以 BPSK 为例)

观察任意第  $n$  时隙上的传输过程: 首先, 依据符号值 0 或 1, 对照二元星座图得到相应的信号点坐标值  $x_n = x_0$  或  $x_1$ , 而后, 按照系统框图依次有

$$\begin{aligned} m(t) &= x_n g_T(t - nT) \\ s(t) &= A m(t) \cos(2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

其中, 如果令  $A = \sqrt{2/E_g}$ , 则可使相应的两个传输信号分别为

$$s_0(t) = x_0 f_{\cos}(t) \quad \text{与} \quad s_1(t) = x_1 f_{\cos}(t) \quad (5.2.3)$$

这样它们正好对应星座图中的“标准”信号点。

经过 AWGN 信道后的接收信号为  $r(t) = s(t) + n(t)$ 。在接收机中, 解调器输出的观察值(抽样值)为  $r = y_s + y_n$ ,  $y_s$  与  $y_n$  分别对应其中的信号与噪声成分。由于解调器计算信号的坐标, 因此

$$r = \begin{cases} x_0 + y_n, & s(t) = s_0(t) \\ x_1 + y_n, & s(t) = s_1(t) \end{cases} \quad (5.2.4)$$

参照 4.3.4 节二元基带传输的误码分析, 考虑消息符号等概率的情况, 最佳门限应该取在两种  $r$  的中间, 即

$$V_T = (x_1 + x_0) / 2 \quad (5.2.5)$$

进而, 借助式(4.3.27), 可得出最佳误码率为

$$P_{e,\text{opt}} = Q\left(\sqrt{\frac{E_d}{2N_0}}\right) \quad (5.2.6)$$

其中,  $E_d$  为差信号的能量。从信号空间看,  $E_d = d^2$ , 而  $d$  为信号点间的距离。

总之, 图 5.2.4 是 BPSK 与 OOK 的最佳传输系统, 具体结论有,

① **BPSK**:  $V_T = 0$  与  $P_e = Q(\sqrt{2E_b/N_0})$ 。

其中, 平均比特能量  $E_b = (d/2)^2$ , 因此,  $d^2 = 4E_b$ 。

② OOK:  $V_T = d/2$  与  $P_e = Q(\sqrt{E_b/N_0})$ 。

其中,平均比特能量  $E_b = (0+d^2)/2$ ,因此,  $d^2 = 2E_b$ 。

容易看出,频带传输的 BPSK/OOK 结果竟然分别与基带传输的双极性/单极性的结果完全一样。其实, BPSK 与基带双极性(或 OOK 与基带单极性)具有同样的星座图,因而拥有一样的结果就不难理解了。

**例 5.3** 假定 BPSK 系统的传输速率为 5Mbps,接收带通滤波器的输出信号的幅度为 223.6mV,高斯噪声的功率谱密度为  $N_0 = 5 \times 10^{-10}$ 。求星座图中的信号距离,以及最佳接收的误码率。

**解** 由于  $E_b = A^2 T_b/2$ ,由 BPSK 星座图可知,信号距离

$$d = 2\sqrt{E_b} = 2A\sqrt{T_b/2} = 2 \times 0.2236 \times \sqrt{\frac{1}{2 \times 5 \times 10^6}} = 1.414 \times 10^{-4}$$

进而,  $\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2 T_b}{2N_0} = \frac{A^2}{2R_b N_0} = \frac{0.2236^2}{2 \times 5 \times 10^6 \times 5 \times 10^{-10}} = 10$ , 于是

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q(\sqrt{20}) = 3.87 \times 10^{-6}$$

**例 5.4** 在例 5.3 中,如果改用 OOK 传输,求保持相同误码性能时需要的信号幅度。

**解** 为了保持同样误码率,星座图应该保持同样的距离  $d$ , 于是

$$d = 2\sqrt{E_{b\_BPSK}} = \sqrt{2E_{b\_OOK}}$$

即  $E_{b\_OOK} = 2E_{b\_BPSK}$ , 因此信号幅度需要提高  $\sqrt{2}$  倍,即 OOK 信号幅度为 316.2mV。

在前面的分析中,利用了数字基带传输 4.3.4 节的结论,下面对此给出更加严谨的说明。注意到,二元频带传输的基本情况是: 0 或 1 比特分别采用两种不同的(频带)信号,经过 AWGN 信道进行传输。这与 4.3.4 节误码分析的背景情况要素完全一样,因此,其结论可直接应用过来。首先,关注“信号差”如下:

$$s_d(t) = s_1(t) - s_0(t) = (x_1 - x_0)f_{\cos}(t)$$

由于星座图是确定的,即  $(x_1 - x_0)$  是某个常数,因此,  $s_d(t)$  与  $f_{\cos}(t)$  具有同样的匹配滤波器。由式(5.1.9)可知,图 5.2.4 的解调单元等价于  $f_{\cos}(t)$  的匹配滤波器,也就是  $s_d(t)$  的匹配滤波器,因此,它是最佳接收滤波器。其次,在符号等概率的情况下,按照式(4.3.24)得到最佳门限公式(5.2.5),进而得出最佳接收系统的结论与最佳误码率公式(5.2.6)。

最后,再来看看传输系统中两个“可变”因子的影响: 发送增益  $A$  与接收匹配滤波器的增益  $c$ , 它们对最佳接收机及其结论的基本形式没有任何影响。首先,发送方的  $A$  可控制信号的发送能量,它的不同对应于信号点坐标值的不同,因此,判决门限值随之变化,且误码率公式中的  $E_b$  也会变化。其次,接收方的  $c$  会导致观察值按  $c$  缩放,这时门限也需要按  $c$  缩放,由于它不影响观察值的信噪比,因此对误码率结论没有影响。

### 5.2.3 频带信道与等效基带信道

实际信道都是带宽有限的。不妨考虑一般频带信道带宽  $W$  与冲激响应  $c(t)$ , 将框图 5.2.4 虚线框中的内容重画于图 5.2.5。图 5.2.5 右端新增了一个带宽为  $B$  的理想低通滤波器(LPF), 这里  $B$  是  $g_T(t)$  的带宽。注意到,匹配滤波器  $h(t)$  的频率响应是  $g_T(t)$  频

谱的共轭,所以,  $h(t)$  与  $g_T(t)$  具有相同的带宽  $B$ , 因此新增的 LPF 与后面的  $h(t)$  合并后等同于原来单一的  $h(t)$ , 即增加 LPF 不影响接收系统的结果。

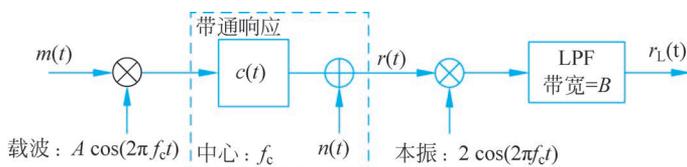


图 5.2.5 频带传输中的等效信道框图

频带信道的冲激响应本质上作用于频带传输信号的非零频域局部,如图 5.2.6 所示,从频域上看,发生在频点  $f_c$  局部的处理,等同于其低频形式在零频率局部的相应处理。因此,对于信号部分有

$$s(t) * c(t) \Leftrightarrow Am(t) * c_L(t) \quad (5.2.7)$$

其中,  $c_L(t)$  是  $c(t)$  对应的等效基带冲激响应。

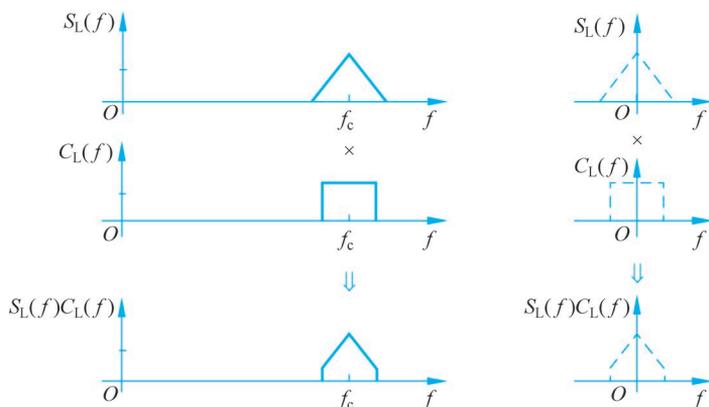


图 5.2.6 频带信道及其等效基带信道的频域过程

对于噪声部分,  $n_L(t) = \text{LPF}\{2n(t)\cos(2\pi f_c t)\}$ , 依据随机过程的知识可以证明,它是双边功率谱密度为  $N_0$ 、带宽为  $B$  的低通高斯白噪声。因此,总的输出可记为

$$r_L(t) = Am(t) * c_L(t) + n_L(t) \quad (5.2.8)$$

也就是说,频带传输系统中的虚线框部分可等效为一个带宽  $B$  的基带加性高斯噪声信道。

#### 5.2.4 无 ISI 传输与传输信号带宽

频带传输过程包含着等效基带传输过程,因此,频带传输系统中同样必须关注码间干扰 (ISI) 问题。基于发送滤波器  $g_T(t)$ 、基带等效信道  $c_L(t)$  与接收滤波器  $h(t)$ , 可以得到系统总的等效响应为

$$h_L(t) = g_T(t) * c_L(t) * h(t)$$

相应的总频域响应记为  $H_L(f)$ 。可以据此考察系统是否满足无 ISI 条件。由于  $s(t)$  的带宽是相应基带信号  $m(t)$  带宽的两倍,容易看出,若频带信道带宽为  $W(\text{Hz})$ , 其等效基带信道的带宽为  $W/2$ , 因此,频带传输最高波特率为  $W(\text{Baud})$ 。

进而,若信道平坦,可参照基带系统的升余弦滚降滤波器 (RC) 方法,将  $g_T(t)$  与  $h(t)$  设计为根升余弦滤波器,以实现无 ISI 传输。设计时,需要注意基带与频带之间带宽的 2 倍

关系特点,图 5.2.7 给出了频带传输系统的 RC 频谱特性与它的等效基带特性。

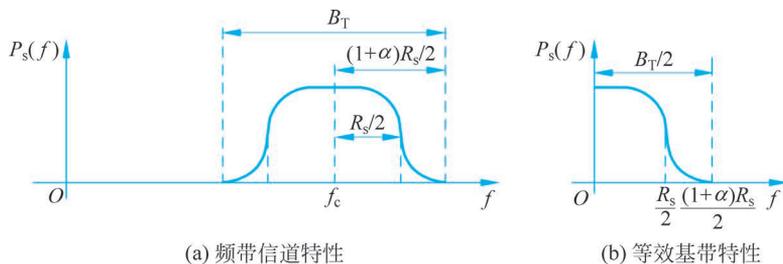


图 5.2.7 频带传输系统及其等效基带信道的升余弦谱特性

若数据传输速率为  $R_s$  (Baud), 频带传输信号的几个基本带宽结论如下:

- ① 最小带宽  $B_T = R_s$ 。
- ② 升余弦滚降滤波器  $B_T = (1 + \alpha)R_s$ , 其中  $\alpha \in [0, 1]$  为滚降因子。
- ③ NRZ 矩形脉冲  $B_T = 2R_s$  (按第一零点计)。

另外,  $s(t)$  是  $m(t)$  搬移到载波频率  $f_c$  处的带通信号, 其功率谱的形状与其他特点由  $m(t)$  确定。例如, OOK 信号的  $m(t)$  实际上是单极性的基带信号, 它包含有直流分量, 因此, 相应 OOK 信号的频带中将包含载波分量, 在它的功率谱中可以看到“离散载波谱线”。

最后, 若信道带内不平坦, 则还需借助均衡器以消除与抑制码间干扰。

**例 5.5** 某 OOK 系统的传输速率为 1Mbps, 试给出: (1) 采用矩形 NRZ 成形时, 传输信号的功率谱图示与信号带宽; (2) 采用系数为 0.4 的平方根升余弦 (SRC) 成形时, 传输系统的功率谱图示与带宽。

**解** (1) 对于矩形 NRZ 成形, 第一零点带宽位置为 1MHz, 传输信号功率谱是相应基带功率谱搬移到载波处的结果, 如图 5.2.8(a) 所示, 由于 OOK 信号对应的基带信号是单极性的, 其功率谱包含“离散载波谱线”。第一零点带宽为  $B_T = 2\text{MHz}$ 。

(2) 采用 SRC 时, 传输系统总的功率谱为 RC 形状, 相应 6dB 点为  $R_s/2 = 0.5\text{MHz}$ , 该功率谱如图 5.2.8(b) 所示, 绝对带宽为

$$B_T = 2 \times [(1 + \alpha)R_s/2] = 2 \times 1.4 \times 0.5\text{MHz} = 1.4\text{MHz}$$

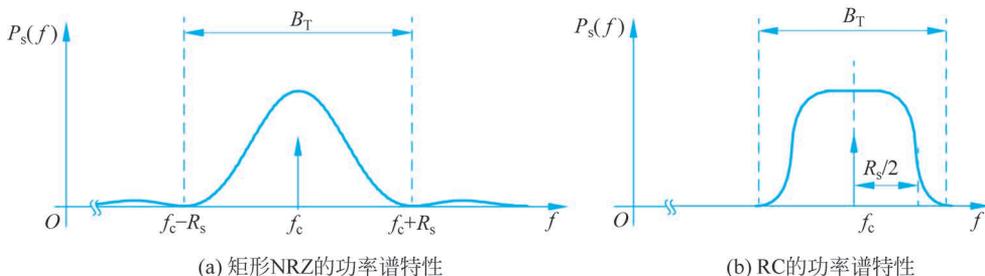


图 5.2.8 两种情况的功率谱特性

### 5.3 多元频带传输

二元传输过程中每个时隙只携带 1 比特, 要提高数据速率, 需要多元传输方式。本节首先介绍最基本的多元模式 QPSK, 其次讨论它的扩展 MPSK, 最后说明更为一般的

QAM 与简单的 MASK 模式,比较它们的星座图特点,讨论发送与接收系统、误码性能与信号带宽。

### 5.3.1 四相移键控

QPSK 是四相移键控(Quadrature Phase Shift Keying)的简称。它采用了四种相位来传输 2 比特,即四元符号。

#### 1. 信号星座图

QPSK 的一种典型的星座图,如图 5.3.1 所示,每个信号点旁边标注了它所对应的比特对。它的信号可以采用公式表达为(第  $n$  时隙)

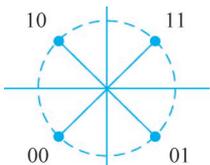


图 5.3.1 QPSK 典型星座图

$$s_{\text{QPSK}}(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta_n), \quad (n-1)T_s \leq t \leq nT_s \quad (5.3.1)$$

其中,  $A$  是信号的振幅,  $\theta_n$  为四种可能的相位。  $\theta_n$  的取值由该时隙所传送的符号值决定,可以从星座图获得,或者通过表 5.3.1 得到。

表 5.3.1 QPSK 的典型相位值安排

比特对 (格雷编码)	四元符号	弧 度
00	0	$5\pi/4$
01	1	$7\pi/4$
11	2	$\pi/4$
10	3	$3\pi/4$

值得注意的是,相位值(或四元符号)与比特对的对应方法不是一般的自然编码规律,而是特殊的格雷编码规律。可以发现,格雷编码的主要特点是相邻相位(或四元符号)对应的比特中只有 1 位不同。这种特点带来的好处是:当噪声与干扰影响相位值时,即使造成错误,多数情况下只是错成相邻的相位值(比如,  $\pi/4$  错成  $-\pi/4$  或  $3\pi/4$ ),故采用格雷编码方法可保证这时只有 1 个比特的错误。

#### 2. 最佳传输系统与误比特率

根据频带传输的一般正交调制与解调方法,容易得出 QPSK 最佳传输系统如图 5.3.2 所示。它具有同相与正交两个完整支路,每个支路的内容与二元系统的基本一样。对比之下,主要有两个不同之处:

- (1) 由于星座图是二维的,信号点包含两个坐标值,分别对应两个传输支路;
- (2) 观察向量是二维的,因此判决方法会有所不同。

QPSK 星座图具有一个特点,如果将它的“比特对”与信号点坐标对应关系用表 5.3.2 列出,那么容易发现,“比特对”与信号点坐标是一一对应的: 0 对应  $-1$ ; 1 对应  $+1$ 。因此,星座映射过程可以简单地通过比特对的高、低位拆分来完成,如图 5.3.3 所示,其中低位比特送到同相支路,高位比特送到正交支路。将单路比特(对)流拆分为两路比特流的处理也称为串并变换。



传输系统框图

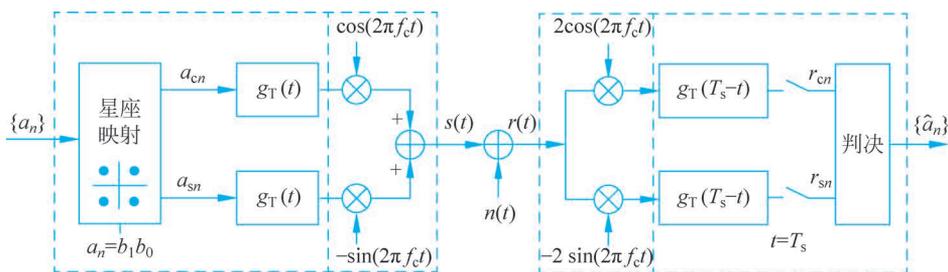


图 5.3.2 QPSK 传输系统框图

表 5.3.2 比特对于信号坐标的对应关系

比特对 ( $b_{1n}, b_{0n}$ )	二维坐标值 ( $a_{sn}, a_{cn}$ )
00	-1 -1
01	-1 +1
11	+1 +1
10	+1 -1



图 5.3.3 高低位拆分(或串并变换)过程

重新考察传输过程可以发现,通过串并变换,低位比特流进入同相支路,以  $\cos$  载波进行 BPSK 传输;高位比特流进入正交支路,以  $\sin$  载波进行 BPSK 传输。由于  $\cos$  与  $\sin$  的正交性,两个支路虽然汇合在一起传输,但它们互不干扰。

具体讲,QPSK 信号可以写为

$$s_{\text{QPSK}}(t) = a_{0n} \cos(2\pi f_c t) - a_{1n} \sin(2\pi f_c t) = s_{\text{I\_PSK}}(t) - s_{\text{Q\_PSK}}(t) \quad (5.3.2)$$

式中, $a_{1n}$  与  $a_{0n}$  分别是(第  $n$  时隙)  $\pm 1$  形式的高、低位,它与信号坐标( $a_{sn}, a_{cn}$ )完全一致; $s_{\text{I\_PSK}}(t)$  与  $s_{\text{Q\_PSK}}(t)$  分别为同相与正交支路的 BPSK 信号。

在接收端的同相支路上,

$$\begin{aligned} s(t) \cos(2\pi f_c t) &= [s_{\text{I\_PSK}}(t) - s_{\text{Q\_PSK}}(t)] \times 2\cos(2\pi f_c t) \\ &= a_{0n} \times 2\cos^2(2\pi f_c t) - a_{1n} \times 2\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

可以看出,式中后一项是  $f_c$  的二次频率项,将被后续接收滤波器的低通特性完全滤出。因而,只有  $s_{\text{I\_PSK}}(t)$  部分起作用。本质上,由于  $\cos(2\pi f_c t)$  与  $\sin(2\pi f_c t)$  正交,两者的内积结果为零。同理,在正交支路中,只有  $s_{\text{Q\_PSK}}(t)$  部分起作用。

因此,判决器实际上可以一分为二:两支路各自独立进行二元判决,依据抽样值是否大于 0,分别还原符号的低、高比特位。

总之,QPSK 等价于两路正交的 BPSK 的合成,它们平行传输,彼此互不干扰。QPSK 的传输系统本质上就是两个并行的 BPSK 最佳传输系统,各自的传输误比特率均为  $P_{\text{b\_2PSK}}$  (BPSK 的最佳误比特率)。因为互不干扰,所以 QPSK 总的误比特率为

$$P_{\text{b\_QPSK}} = P_{\text{b\_2PSK}} = Q(\sqrt{2E_b/N_0}) \quad (5.3.3)$$

有趣的是,尽管每时隙传输 2 比特(效率高出 1 倍),但 QPSK 系统与 BPSK 系统具有

完全相同的误比特性能,其根本原因在于 QPSK 充分利用了频带信号的二维平面空间。当然,在获得相同  $P_b$  情况下,每时隙上 QPSK 发送的符号能量  $E_s$  是 BPSK 的两倍,这时, QPSK 的信号功率是 BPSK 的两倍。可见, BPSK 虽然比特率低一些,但在同样发送功率的情况下更为可靠。

**例 5.6** 假定 QPSK 系统的输入二进制消息序列为 10001101001010。试说明:(1)在格雷编码时相应的四元符号序列;(2)相应的载波相位;(3)同相与正交支路的比特流与信号点(坐标)序列;(4)给出基带信号、两支路的调制信号与合成信号的波形(考虑矩形 NRZ 信号)。

**解** (1) 首先将输入序列表示为“比特对”序列: 10 00 11 01 00 10 10, 而后按表 5.3.1 可得格雷编码时系统对应的四元符号序列: 3021033。

(2) 基于比特对,由星座图或表 5.3.1 可以直接得出载波相位序列:  $\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$  (注意,星座图与表格的映射规则中已经应用了格雷编码)。

(3) 由比特对进行高、低比特分流,

同相支路  $\{b_{0n}\}$ : 0 0 1 1 0 0 0 —— 低比特

正交支路  $\{b_{1n}\}$ : 1 0 1 0 0 1 1 —— 高比特

将 0 与 1 改为 +1 与 -1 形式,得到相应的信号点(坐标)序列为

同相支路  $\{a_{0n}\}$ : -1 -1 +1 +1 -1 -1 -1

正交支路  $\{a_{1n}\}$ : +1 -1 +1 -1 -1 +1 +1

(4) 各信号波形如图 5.3.4 所示。

QPSK 系统的核心在于利用四种相位来完成传输,其星座图也可能采用其他形式,比如图 5.3.5 的另一个典型方案。其实,该方案本质上与前面的方案是等价的,只是整体旋转了  $\pi/4$  相位。不难想到,其设计要点与最佳性能结论是完全一致的,只是实现的细节可能有所差别,比如,判决方法等,这里不做赘述。

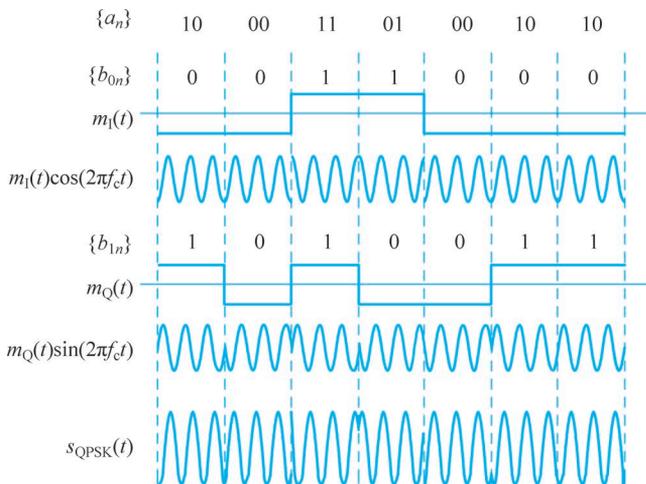


图 5.3.4 QPSK 中的基带、两支路 2PSK 与合成信号波形

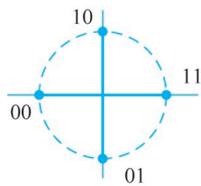


图 5.3.5 QPSK 的其他星座图

### 3. 云图

从信号空间角度再次考察接收情况。解调器给出观察向量  $\mathbf{r}$ , 其几何意义是当前信号

在空间中的“落点”。显然,  $r$  原本应该正好落在星座图的相应发送信号  $s_i$  处, 但由于噪声的存在, 它将偏离  $s_i$  点, 随机地落在其附近。  $r$  点的各种可能位置围绕  $s_i$  点形成云状图形, 称为云图(Cloud)。云图中点的疏密程度对应于  $r$  落在相应位置的概率特性。由于噪声是零均值高斯的, 因此可以想到, 云团在其中心处密度最高, 而随偏离中心密度下降, 密度变化的规律与高斯特性相对应。

图 5.3.6(a)是 QPSK 的云图示意图, 其四个信号点处各有一个云团; 图 5.3.6(b)是与之对应的四个二维高斯概率密度曲面, 它们呈现为四个“山峰”形状, 给出了云图的(概率)密度特性。

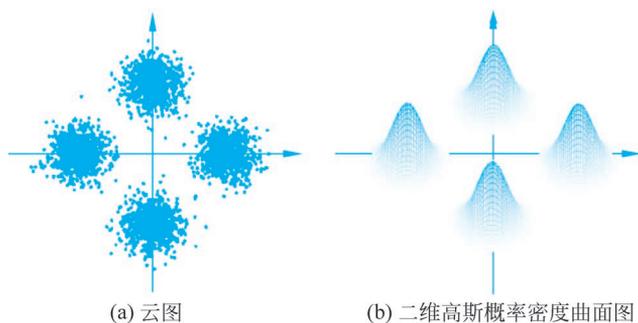


图 5.3.6 QPSK 的信号云图

与基带波形的眼图类似, 接收点的云图是展示传输信号宏观质量的一种定性且直观的实验图案。通信测试设备持续接收一段时间的信号, 在解调器输出处可以收集到大量的接收点(观察向量), 将它们重叠描绘在同一幅几何图形中就得到了云图。显然, 云团收缩得越小, 则信号的质量越好; 相反, 云团越发散, 则信号中的噪声与畸变就越大。当各信号点的云团扩散到彼此明显混叠时, 传输系统的错码会很严重。其实, 除加性噪声外, 信号传输过程中的其他畸变, 包括码间干扰、同步偏差等各种因素都会综合地影响接收点的位置, 从而反映到云图中。很多时候, 观察云图的特点就能发现传输系统中哪个单元存在问题。

### \*5.3.2 多元相移键控

MPSK 是多元相移键控(M-ary Phase Shift Keying)的缩写, 它是 BPSK 与 QPSK 的推广。MPSK 的一般信号形式可以表示为

$$s_{\text{MPSK}}(t) = A g_{\text{T}}(t) \cos(2\pi f_c t + \theta_n), \quad (n-1)T_s \leq t \leq nT_s \quad (5.3.4)$$

其中,  $g_{\text{T}}(t)$  为发送脉冲;  $\theta_n$  为第  $n$  时隙上的相位, 它具有  $M$  种取值。通常规定如下

$$\theta_n = 2\pi i/M, \quad i = 0, 1, \dots, (M-1) \quad (5.3.5)$$

$\theta_n$  的值与该时隙  $M$  元符号  $a_n$  的取值相对应。

以  $M=8$  为例, MPSK 的典型星座图如图 5.3.7 所示。所有的信号点均匀分布在圆周上, 各个信号的幅度一样但相位不同。MPSK 符号值(或比特组)与信号的映射关系也可以用表格描述, 例如, 8PSK 的比特组映射关系如表 5.3.3 所示。容易看出, 该映射中采用了格雷编码规则。

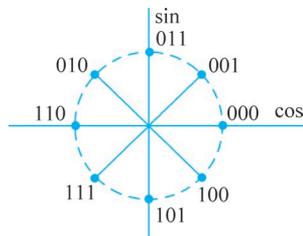


图 5.3.7 MPSK 的星座图(8PSK)

表 5.3.3 8PSK 的一种星座映射关系

八元符号值	$b_2 b_1 b_0$	$(a_{cn}, a_{sn})$
0	0 0 0	(1, 0)
1	0 0 1	(0.707, 0.707)
2	0 1 1	(0, 1)
3	0 1 0	(-0.707, 0.707)
4	1 1 0	(-1, 0)
5	1 1 1	(-0.707, -0.707)
6	1 0 1	(0, -1)
7	1 0 0	(0.707, -0.707)

MPSK 的最佳传输系统与 QPSK 的完全相同,采用框图 5.3.2 的正交调制/解调器。只是信号点数更多,参数组  $(a_{cn}, a_{sn})$  的取值更为丰富,这使得 MPSK 的接收系统中不能简单地在两分支上独立完成判决。稍加研究可以发现,计算二维观察向量的相角值  $\theta_{rn} = \arctan(r_{sn}/r_{cn})$ ,而后由此相角可以方便地判断出符号值,因为,信号的关键信息为  $M$  种相位值。

PSK 的突出优点是传输信号的关键信息在其相位上,因而容忍幅度畸变的能力较强。在实际应用中,功率放大器通常难免具有非线性失真,它可能造成信号幅度的显著畸变,但这种畸变对 PSK 信号的影响很小。另外,PSK 信号能量恒定的特性又是一种局限性,从星座图上看,信号点被约束在圆周上,而不能自由地利用二维平面空间。下面讨论的 QAM 是更一般的频带传输方案。

### \*5.3.3 正交幅度调制

QAM 是正交幅度调制(Quadrature Amplitude Modulation)的缩写,它利用两路正交载波的多种幅度来携带信息符号。

#### 1. 信号星座图

QAM 的信号的形式为

$$s_{\text{QAM}}(t) = a_{cn}g_T(t) \cos 2\pi f_c t - a_{sn}g_T(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (5.3.6)$$

其中,  $g_T(t)$  为发送脉冲,参数组  $(a_{cn}, a_{sn})$  对应某个信号点。

显然,它就是一般形式的数字频带传输方法。 $M$  元 QAM 具有  $M$  个信号点,为了突出这一点,有时也记为 MQAM。图 5.3.8 给出了 QAM 的两种典型星座图例子,一般来讲,其图案形状可以是圆形、矩形或其他。QAM 也可以视为通过振幅与相位的多种组合来联合携带信息,因此它有时也被看作幅度/相位混合调制。

QAM 的最佳传输系统框图仍然如图 5.3.2 所示,它的发送与接收系统采用正交调制与解调方案。只是信号点的安排不同,使得具体的映射关系与判决规则不同。

**例 5.7** 某 16QAM 传输系统采用图 5.3.8(a) 的圆形星座图,假设四种半径分别是  $r$ 、 $2r$ 、 $3r$  与  $4r$ 。求它的平均符号能量  $E_{\text{av}}$ 、最大符号能量与最小信号距离  $d_{\text{min}}$ 。

解 由图可见,  $E_{\text{av}} = \frac{1}{4} [r^2 + (2r)^2 + (3r)^2 + (4r)^2] = \frac{1+4+9+16}{4} r^2 = 7.5r^2$

最大符号能量为

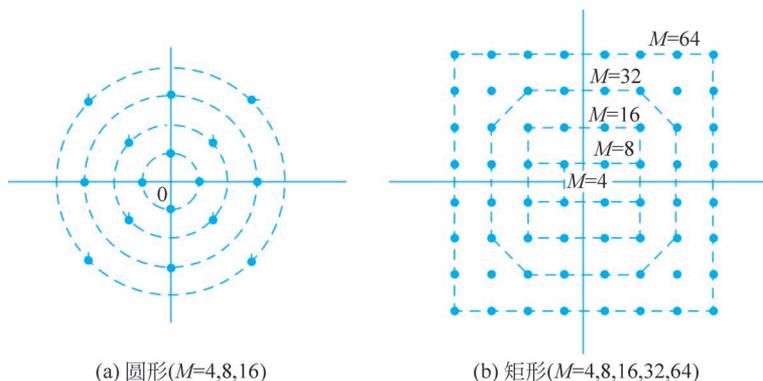


图 5.3.8 QAM 信号星座图例子

$$E_{s_{\max}} = (4r)^2 = 16r^2$$

观察星座图。首先,计算内环信号点间距离,  $d_{11} = \sqrt{2}r$ ; 再计算最内环与次内环信号点间距离,  $d_{12} = \sqrt{(\sqrt{2}r - r)^2 + (\sqrt{2}r)^2} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2 + 2}r > \sqrt{2}r$ 。可见,  $d_{\min} = \sqrt{2}r$ 。 ■

### \* 2. 最小距离判决准则

一般来讲,数字传输系统的最佳判决应该使误码率达到最小。从信号空间的观点来看,解调器给出的观察向量,提供了接收信号在星座图上的“落点”。于是,在“各自平等的情况”下,最佳判决应当依据距离的远近进行,即“落点”距离星座图的哪个信号点最近,就应该判给那个信号点。假定观察向量为  $\mathbf{r}$ , 信号点为  $s_i$ , 其下标  $i$  表示  $M$  种符号取值(或  $M$  种“比特组”)之一,那么第  $n$  时隙的最佳判决可以写为

$$\hat{a}_n = i = \arg \{ \min_i | \mathbf{r} - s_i | \} \quad (5.3.7)$$

其中,  $\arg \{ \min_x f(x) \}$  表示使函数  $f(x)$  达到最小值的(最佳)自变量  $x$ 。注意,上式是基于  $\mathbf{r}$  寻找最佳的符号值(即“比特组”)。理论上讲,最佳判决需要比较观察向量与星座图中所有信号点的距离。

再来看看上面所谓的“各自平等的情况”的含义,它对应于各个消息符号概率分布的对称性,即要求消息符号是等概率出现的。显然,只有在等概率的“公平”前提下,上面基于距离的判决才是最佳的。好在“消息符号等概率”确实是实际应用中最常见的情况,所以,理论研究中以此作为重点讨论的基本情况。

上述基于观察向量距离进行判决的规则,称为**最小距离准则**。第7章将详细论证它是一种基本的最佳判决准则。不难发现,前面讨论的各种系统,包括二元传输、QPSK 与 MPSK,它们的判决规则本质上都是按照这一原理进行设计的。

同样,QAM 接收系统的判决器也按照最小距离准则,即

$$\hat{a}_n = \text{与 } \mathbf{r} \text{ 最邻近的信号点所对应的符号 } a_n \quad (5.3.8)$$

图 5.3.9 以 16QAM 为例,直观地示意了这种判决规则:若信号落入阴影区,则判决结果为该区中心点所对应的符

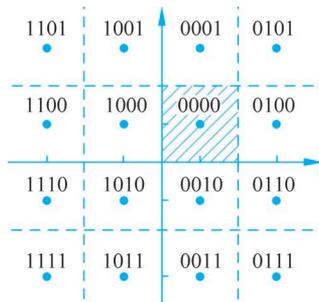


图 5.3.9 16QAM 的星座图与最小距离判决规则示意

号(或比特组),例如 0000。具体实现时,可以基于星座图的几何特点,比如对称性,尽量构建简单高效的判决规则。

顺便指出,从图 5.3.9 的 16QAM 星座图还可以发现,该 QAM 也采用了二维的格雷编码,使四周最邻近的信号点之间只相差 1 比特,以减轻由误码造成的比特损失。

最后,QAM 的核心是充分利用整个二维平面来安排它的信号点。直观地看,信号点越密集,则系统越容易误码。基于这一原理,QAM 的星座图总是在给定的范围内尽量均匀地配置信号点,使所有点的相邻距离都能够最大。

**例 5.8** 某 16QAM 传输系统采用图 5.3.9 的矩形星座图与比特映射规则,假设信号点间最小距离为 2。试说明:传输比特流 1000110100101011...的信号点(坐标)序列,以及同相与正交支路的取值序列。

**解** 首先,按 4 比特分组,输入比特流为 1000-1101-0010-1011...。而后,按星座图映射可得到相应的信号点(坐标)序列为

$$(-1, +1) - (-3, +3) - (+1, -1) - (-1, -3) - \dots$$

相应地有

$$\text{同相支路 } \{a_{cn}\}: -1 \quad -3 \quad +1 \quad -1 \quad \dots$$

$$\text{正交支路 } \{a_{sn}\}: +1 \quad +3 \quad -1 \quad -3 \quad \dots$$

#### \* 5.3.4 MASK 与星座图比较

为了理解各种星座图的特点,可以观察图 5.3.10,前面两个星座图分别对应 16PSK 与 16QAM,第三个是一种局限于直线上的特殊星座图,称为多元幅移键控(M-ary Amplitude Shift Keying, MASK),它是 OOK(或 BASK)的扩展,其典型波形如图 5.3.11 所示。MASK 的核心是“单纯”借助信号幅度来传输信息。

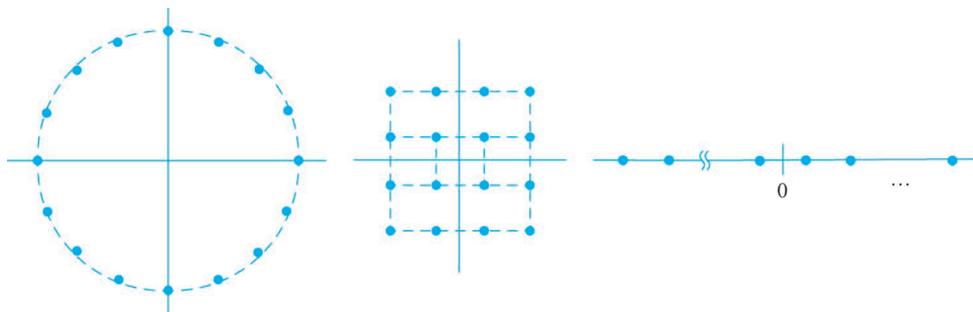


图 5.3.10 MPSK、QAM 与 MASK 星座图特点

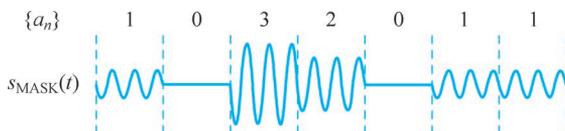


图 5.3.11 MASK 信号的典型波形( $M=4$ )

通常来讲,MASK 误码性能相当差,它只不过是一种简单的技术手段。MASK 本质上退化为一维信号形式,只需要一个基信号。因此,它的发送与接收系统都只需要一个分支(不妨用  $\cos$  分支)。容易看出,MASK 的最佳传输系统类似于二元情况,框图如图 5.2.4 所

示,只是信号电平多几种,具体的映射与判决门限稍有不同。

比较各种星座图发现,QAM 对于二维信号空间的利用最充分,MPSK 次之,而 MASK 最差。直观观察与理论分析发现,影响数字传输误码率的关键因素是其星座图中最邻近信号点之间的距离。形象地讲,点的密集状况对应于它们的可辨识程度。信号点距离越大,则系统的误码率越低。所以,在给定信号功率的前提下,最低误码率的设计原则是:在给定的范围内尽量均匀地配置信号点,使所有点彼此相距最远。

### \*5.3.5 误码率与传输信号带宽

#### 1. 误码率

由星座图的特点可知,QAM 模式具有最好的误码性能,MPSK 次之,而 MASK 性能最差。除 QPSK 以外,要准确计算出各种多元频带传输方式的差错性能是困难的。这里,我们直接引用第 7 章的推导结果,几种  $M$  元传输系统的最佳误码率分别为

(1) MPSK:

$$P_e \approx 2Q\left(\sqrt{2\frac{E_{av}}{N_0}} \sin\frac{\pi}{M}\right) \quad (5.3.9)$$

(2) QAM(矩形星座图情况):

$$P_e \leq 4Q\left(\sqrt{\frac{3}{(M-1)} \times \frac{E_{av}}{N_0}}\right) \quad (5.3.10)$$

(3) MASK:

$$P_e = \frac{2(M-1)}{M} Q\left(\sqrt{\frac{6}{M^2-1} \times \frac{E_{av}}{N_0}}\right) \quad (5.3.11)$$

其中, $E_{av}$  为平均符号能量。多元传输尽量采用格雷编码,这时,系统的误比特率为  $P_b \approx P_e/K$ ,而  $K = \log_2 M$ 。

一般而言,QAM 虽然失去了 MPSK 只使用相位而抗非线性的优点,但它可以在二维平面中有效地布置信号点,因而具有最好的误码性能。MASK 完全失去了二维信号的优势,性能最差,尤其是当  $M$  较大时,三种模式的误码率差距会显著加大。

**例 5.9** 基于 16QAM、16PSK 与 16ASK 误码率公式,试比较在  $E_{av}/N_0$  较大与误码率近似相同的情况下,三种系统的  $E_{av}/N_0$  差异。

**解** 由  $Q$  函数的特点可知,在  $E_{av}/N_0$  较大的情况下,16QAM、16PSK 与 16ASK 误码率主要由  $Q$  函数的自变量部分决定。不妨记  $Q(\sqrt{x})$  函数的自变量部分为  $x$ ,误码率近似相同对应于  $x$  相同。对于  $M=16$ ,由三个误码率公式分别有

$$x = \frac{1}{5} \left(\frac{E_{av}}{N_0}\right)_{16QAM}, \quad x = \left(2\sin^2\frac{\pi}{16}\right) \left(\frac{E_{av}}{N_0}\right)_{16PSK}, \quad x = \frac{6}{255} \left(\frac{E_{av}}{N_0}\right)_{16ASK}$$

可见,在同样的  $x$  情况下,

$$\left(\frac{E_{av}}{N_0}\right)_{16QAM} = \left(10\sin^2\frac{\pi}{16}\right) \left(\frac{E_{av}}{N_0}\right)_{16PSK} = 0.381 \left(\frac{E_{av}}{N_0}\right)_{16PSK}$$

$$\left(\frac{E_{av}}{N_0}\right)_{16QAM} = \frac{6}{51} \left(\frac{E_{av}}{N_0}\right)_{16ASK} = 0.1176 \left(\frac{E_{av}}{N_0}\right)_{16ASK}$$

所以,在近似相同的误码率情况下,16QAM需要的 $E_{av}/N_0$ 最少,16ASK需要的最多。具体可得,16QAM比16PSK好4.2dB,而比16ASK好9.3dB;16PSK比16ASK好5.1dB。 ■

进一步分析它们的误码率特性,并结合例5.9的结论,可以发现:

(1) 三种模式之间,大致有

$$\text{MQAM} \stackrel{\text{好约4dB}}{>} \text{MPSK} \stackrel{\text{好约5dB}}{>} \text{MASK} \quad (\text{当 } M \text{ 较大时}) \quad (5.3.12)$$

(2)  $M$  每增加1倍, MQAM的误码率性能下降2~3dB, MPSK与MASK的误码率性能下降5~6dB。

## 2. 传输信号带宽

多元频带传输信号的频带与带宽与二元的情况类似。一般而言,数字频带传输信号可写成如下形式:

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_{cn} g_T(t-nT) \cos(2\pi f_c t) - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_{sn} g_T(t-nT) \sin(2\pi f_c t) \\ &= m_c(t) \cos(2\pi f_c t) - m_s(t) \sin(2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (5.3.13)$$

其中,  $m_c(t)$  与  $m_s(t)$  都是以  $g_T(t)$  为成形脉冲的基带 PAM 信号, 只是  $a_{cn}$  与  $a_{sn}$  的值各式各样。

注意到, 无论是二元还是多元情况,  $m_c(t)$  与  $m_s(t)$  的功率谱主要由  $g_T(t)$  确定。假定基带  $g_T(t)$  的带宽为  $B$ , 那么, 一般频带传输信号  $s(t)$  由两个  $2B$  带宽的频带信号的合成, 合成后的带宽仍然为  $B_T = 2B$ 。

另外, 多元频带传输中也包含基带传输过程与基带等效信道, 传输系统应该进行无码间干扰设计, 并根据情况采用均衡措施。其方法也与二元传输系统的完全一样。

总之, 多元频带传输的最小传输带宽、升余弦滚降滤波器带宽与矩形 NRZ 成形信号带宽等结论, 都与前面二元传输系统的一样, 即

① 最小带宽  $B_T = R_s$ 。

② 升余弦滚降滤波器  $B_T = (1+\alpha)R_s$ , 其中  $\alpha \in [0, 1]$  为滚降因子。

③ NRZ 矩形脉冲  $B_T = 2R_s$  (按第一零点计)。

**例 5.10** 某通信系统工作在频带范围为 600~3600Hz 的信道上, 要求数据传输速率不低于 9600bps, 试设计一个数字频带通信系统, 给出它的载波频率、符号率、调制方式、无 ISI 的升余弦参数与频带利用率。

**解** 首先, 基于信道的频带范围为 600~3600Hz, 取载波频率为

$$f_c = \frac{600 + 3600}{2} = 2100(\text{Hz})$$

其次, 信道带宽为  $W = 3600 - 600 = 3000\text{Hz}$ 。因此, 频带传输符号率应该满足  $R_s \leq 3000\text{Baud}$ 。再设每个码元传输  $k$  比特, 则  $R_s = 9600/k \leq 3000$ , 由此可得  $k \geq 3.2$ 。于是, 取  $k = 4$ , 使得  $M = 16$  与  $R_s = 9600/k = 2400\text{Baud}$ 。

进而, 建议采用 16QAM 调制, 可获得最好的误码性能。其星座图可采用正方形星座图, 如图 5.3.9 所示。

传输系统采用平方根升余弦(SRC)成形滤波器与接收匹配滤波器, 可实现无 ISI 传输与最佳接收。设 SRC 滚降系数为  $\alpha$ , 它应满足  $(1+\alpha)R_s \leq W = 3000$ , 即

$$\alpha \leq W/R_s - 1 = 3000/2400 - 1 = 0.25$$

最后,该系统的频带利用率为  $\eta=R_b/W=9600/3000=3.2(\text{bps}/\text{Hz})$ 。 ■

### 应用案例(8)—— 4G 与 5G 移动通信系统中的调制方案

第四代(4G)与第五代(5G)移动通信是当前最先进的无线通信的代表。中国的 4G 与 5G 移动通信无论在市场应用与技术研发上都处于国际先进水平。2010 年,第四代(4G)以 LTE-advanced 技术的成熟为标志,开始商用部署;2019 年被认为是中国 5G 元年,开启了中国领先的 5G 时代。

在移动通信中,手机与基站之间进行双向的无线通信。从手机到基站的通路称为上行信道,从基站到手机的通路称为下行信道。为了应对复杂多变的无线移动信道,4G 与 5G 采用了自适应调制与编码(AMC)方案,设定了多种调制模式,视信道条件可灵活选择使用,如表 5.3.4 所示。

表 5.3.4 4G 与 5G 移动通信的调制方案

信道		4G	5G
上行	数据	QPSK、16QAM、64QAM、256QAM	同 4G
	控制	BPSK、QPSK	增加 $\pi/2$ BPSK
下行	数据	QPSK、16QAM、64QAM、256QAM	增加 1024QAM
	控制	QPSK	同 4G

可以看到,控制信道采用低速与可靠的模式,保证正确的控制与参数传输;数据信道采用 QPSK 与高阶的 QAM,提供尽量宽的数据传输带宽。另外,下行传输从基站出发,系统借助 MIMO 与功率等优势,支持更强的传输能力。

各种模式的信号点(采用复数表示)分别定义如下(其中比特取值为 0 或 1,  $i$  为符号序号):

(1) BPSK 与  $\pi/2$  BPSK: 每比特  $b(i)$  对应信号点为

$$d_{\text{BPSK}}(i) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(1 - 2b(i)) + j(1 - 2b(i))]$$

$$d_{\pi/2\text{-BPSK}}(i) = \frac{e^{j\frac{\pi}{2}(i \bmod 2)}}{\sqrt{2}} [(1 - 2b(i)) + j(1 - 2b(i))]$$

(2) QPSK 每符号 2 比特:  $b(2i)$  和  $b(2i+1)$ , 对应的第  $i$  个信号点为

$$d_{\text{QPSK}}(i) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(1 - 2b(2i)) + j(1 - 2b(2i+1))]$$

(3) 16QAM 每符号 4 比特:  $b(4i)$ ,  $b(4i+1)$ ,  $b(4i+2)$  和  $b(4i+3)$ , 对应的信号点为

$$d_{16\text{QAM}}(i) = \frac{1}{\sqrt{10}} \{ (1 - 2b(4i))[2 - (1 - 2b(4i+2))] + j(1 - 2b(4i+1))[2 - (1 - 2b(4i+3))] \}$$

(4) 64QAM 每符号 6 比特:  $b(6i)$ ,  $b(6i+1)$ ,  $\dots$ ,  $b(6i+5)$ , 对应的信号点为

$$d_{64\text{QAM}}(i) = \frac{1}{\sqrt{42}} \{ (1 - 2b(6i))[4 - (1 - 2b(6i+2))[2 - (1 - 2b(6i+4))]] + j(1 - 2b(6i+1))[4 - (1 - 2b(6i+3))[2 - (1 - 2b(6i+5))]] \}$$

(5) 256QAM 每符号 8 比特:  $b(8i), b(8i+1), \dots, b(8i+7)$ , 对应的信号点为

$$d_{256\text{QAM}}(i) = \frac{1}{\sqrt{170}} \{ (1 - 2b(8i)) [8 - (1 - 2b(8i+2)) [4 - (1 - 2b(8i+4)) \times [2 - (1 - 2b(8i+6))]]] + j(1 - 2b(8i+1)) [8 - (1 - 2b(8i+3)) \times [4 - (1 - 2b(8i+5)) [2 - (1 - 2b(8i+7))]]] \}$$

按照上面的公式, 可以算出 QPSK、16QAM、64QAM 与 256QAM 的星座图如图 5.3.12 所示。

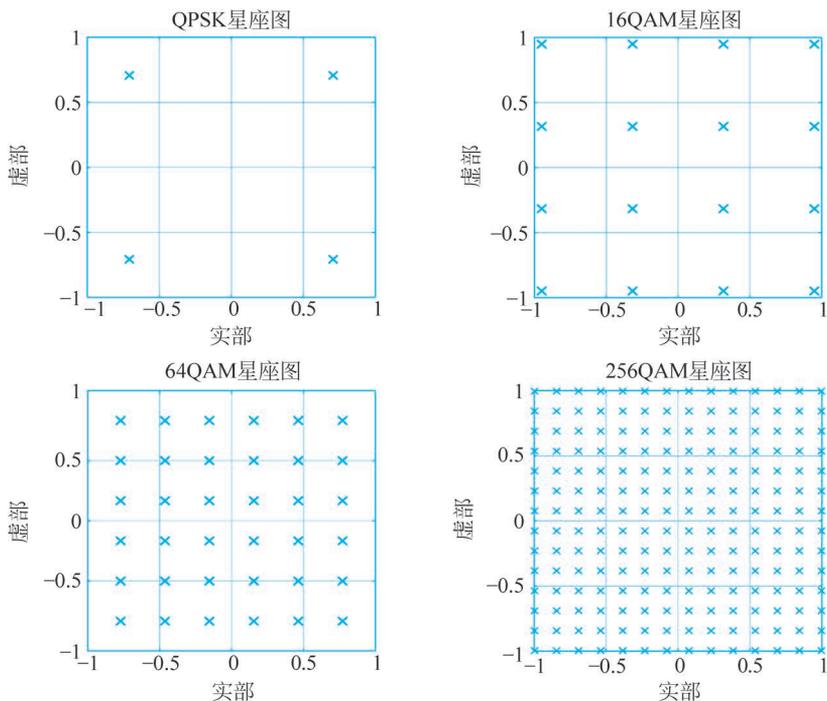


图 5.3.12 4G 与 5G 中不同调制方案星座图

## 5.4 差分 PSK 与 OOK 非相干解调

差分编码与 PSK 相结合形成一种特殊的传输方式, 其中, 最典型的是二元的 DPSK 与四元的 DQPSK。本节首先介绍 DPSK、DQPSK 与相关的  $\pi/4$  DQPSK, 说明这类方式的主要特点与非相干接收方法; 其次说明偏置 QPSK 的基本概念; 最后, 本节还将进一步说明 OOK 采用包络检波的非相干接收方法。

### 5.4.1 二元差分 PSK

DPSK 是差分相移键控 (Differential Phase Shift Keying) 的简称, 最基本的方式是将差分编码与 BPSK 相结合, 它没有“不确定性反相”的问题, 并且可以采用非相干解调进行接收。

#### 1. 基本原理

DPSK 传输系统的原理框图如图 5.4.1 所示。在 BPSK 的基础上, 该系统只是在发送

端与接收端分别增加了差分编码器与解码器。

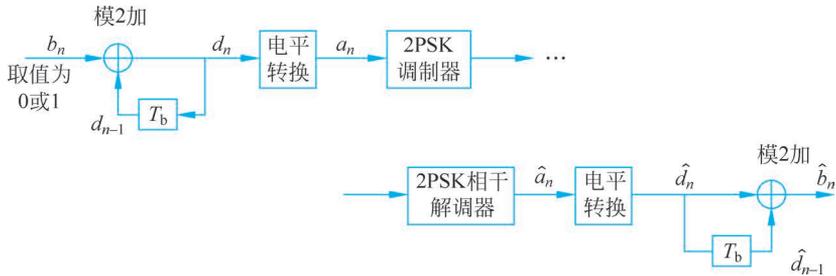


图 5.4.1 DPSK 传输系统

差分编码器、解码器的工作原理是

$$d_n = b_n \oplus d_{n-1} \quad \text{与} \quad \hat{b}_n = \hat{d}_n \oplus \hat{d}_{n-1} \quad (5.4.1)$$

通常,其中的  $b_n$  与  $\hat{b}_n$  称为绝对码,  $d_n$  与  $\hat{d}_n$  称为相对码或差分码。它们是取值 0 与 1 的二进制码元。

**例 5.11** 举例说明 DPSK 信号产生过程中各码元以及载波相位的变化(设  $d_n$  的初值为 1, 示为①)。

绝对码 $\{b_n\}$	1	0	0	1	0	0	1	1
相对码 $\{d_n\}$	①	0	0	0	1	1	1	0
电平变换 $\{a_n\}$	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
载波相位 $\{\theta_n\}$	0	$\pi$	$\pi$	$\pi$	0	0	0	$\pi$
相邻载波相位变化 $(\theta_n - \theta_{n-1})$		$\pi$	0	0	$-\pi$	0	0	$\pi$

其实,上面的差分编码就是单极性的 NRZ 传号差分码。比较例中的第一行与最后一行,可以看出,DPSK 信号载波的相位与信息比特  $b_n$  的对应关系是:“1 变 0 不变”。显然,DPSK 信号通过相邻时隙载波相位的变化与否来“携带”信息,它不受传输过程中反相与否的影响。在实际 PSK 相干解调中,载波同步提供的本振经常存在相位模糊问题,即本地载波的初始相位可能随机取 0 或  $\pi$ ,这将造成解调后发生所谓的“不确定性反相”,差分 PSK 完全不受此问题的困扰。

**例 5.12** 说明 DPSK 信号的接收过程。

(1) 假定 BPSK 传输后结果正确,则差分解码的过程为(设  $d_n$  的初值为 1, 示为①):

BPSK 解调结果 $\{\hat{a}_n\}$	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1
相对码 $\{\hat{d}_n\}$	①	0	0	0	1	1	1	0	1
绝对码 $\{\hat{b}_n\}$		1	0	0	1	0	0	1	1

(2) 假定 BPSK 传输后结果反相,则差分解码的过程为(设  $d_n$  的初值为 1, 示为①):

BPSK 解调结果 $\{\hat{a}_n\}$	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1
相对码 $\{\hat{d}_n\}$	①	1	1	1	0	0	0	1	0
绝对码 $\{\hat{b}_n\}$		1	0	0	1	0	0	1	1

可见,不论 PSK 传输过程中是否发生反相,DPSK 都能正确收到信息。另外,初值的选取可能影响第一位的接收结果,而不影响后面的。 ■

## 2. 相干解调及其误码性能

由基本原理可知,DPSK 的接收系统由 BPSK 的相干解调器与差分解码器组成。如果传输中发生错误,那么差分解码可能导致更多的码元错误。可以证明,DPSK 的误码率要大一些,接近 BPSK 的 2 倍,即

$$P_{\text{ed}} \approx 2P_{\text{e}_{2\text{PSK}}} \quad (5.4.2)$$

其中, $P_{\text{e}_{2\text{PSK}}}$  为 BPSK 传输误码率。

对上述结论解释如下:由于 DPSK 最终的输出符号为  $\hat{b}_n = \hat{d}_n \oplus \hat{d}_{n-1}$ ,经过分析可以发现, $\hat{b}_n$  的误码情况如表 5.4.1 所示。

表 5.4.1  $\hat{b}_n$  的误码情况

$\hat{d}_{n-1}$	$\hat{d}_n$	$\hat{b}_n = \hat{d}_n \oplus \hat{d}_{n-1}$
正确	正确	正确
错误	正确	错误
正确	错误	错误
错误	错误	正确

相对码序列  $\{d_n\}$  经 BPSK 传输后是否错误彼此独立,于是,DPSK 的误码率为

$$\begin{aligned} P_{\text{ed}} &= P(\hat{b}_n \text{ 错误}) \\ &= P[(\hat{d}_{n-1} \text{ 错误}) \cap (\hat{d}_n \text{ 正确})] + P[(\hat{d}_{n-1} \text{ 正确}) \cap (\hat{d}_n \text{ 错误})] \\ &= P_{\text{e}_{2\text{PSK}}}(1 - P_{\text{e}_{2\text{PSK}}}) + (1 - P_{\text{e}_{2\text{PSK}}})P_{\text{e}_{2\text{PSK}}} \\ &= 2P_{\text{e}_{2\text{PSK}}}(1 - P_{\text{e}_{2\text{PSK}}}) \end{aligned}$$

实际通信系统中一般满足  $P_e \ll 1$ ,使得  $P_{\text{ed}} = 2P_{\text{e}_{2\text{PSK}}} - 2P_{\text{e}_{2\text{PSK}}}^2 \approx 2P_{\text{e}_{2\text{PSK}}}$ 。

## 3. 差分检测

DPSK 系统的另一种很重要的接收方法称为差分检测,有时也称为差分相干解调,其基本方案如图 5.4.2 所示。其中,输入处的带通滤波器(BPF)带宽记为  $B_{\text{BPF}}$ ,乘积后的低通滤波器(LPF)带宽为信号带宽,判决准则为  $y_n \stackrel{0}{\underset{1}{\geq}}$ (门限为 0)。

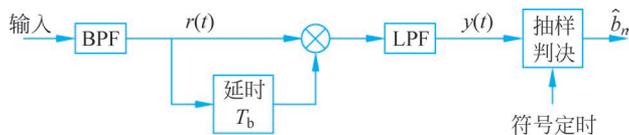


图 5.4.2 DPSK 的差分检测

容易看出,该方法的核心思想是比较两个相邻时隙上正弦信号的相位(计算相位差),从而直接还原出绝对码(信息比特) $\hat{b}_n$ 。这种接收方法充分利用了 DPSK 信号的独特之处,而不需要本地振荡,它本质上是一种非相干解调方法。

下面具体分析其接收过程。暂不考虑噪声,记接收信号为  $r(t) = A \cos[2\pi f_c t + \theta(t)]$ ,其中, $\theta(t)$  为 DPSK 信号的相位。因此,乘法器输出信号为

$$r(t)r(t - T_b) = A^2 \cos[2\pi f_c t + \theta(t)] \cos[2\pi f_c (t - T_b) + \theta(t - T_b)]$$

经过 LPF 后输出为

$$y(t) = \frac{1}{2} A^2 \cos[2\pi f_c T_b + \theta(t) - \theta(t - T_b)]$$

记  $n$  时隙(末端) $y(t)$ 的抽样值为  $y_n$ , 有

$$y_n = \frac{1}{2} A^2 \cos[2\pi f_c T_b + (\theta_n - \theta_{n-1})]$$

其中,  $\theta_n$  与  $\theta_{n-1}$  分别为  $n$  与  $n-1$  时隙的载波相位。  $y_n$  的核心是获得载波相位差。由于  $f_c T_b$  为已知常数, 不妨控制  $f_c T_b$ , 使  $y_n \approx \frac{1}{2} A^2 \cos(\theta_n - \theta_{n-1})$ 。由此可总结出如表 5.4.2

所示的信号关系与判决方法  $y_n \stackrel{0}{\underset{1}{\geq}} 0$  (表中考虑“1 变 0 不变”的规律)。

表 5.4.2 差分检测的信号关系与判决方法

信息比特 $b_n$	载波相位差 $\theta_n - \theta_{n-1}$	$y_n$	判决结果 $\hat{b}_n$
0	0	$A^2/2$	0
1	$\pi$ 或 $-\pi$	$-A^2/2$	1

实际过程中, 噪声总是存在的, 噪声大时就引起误差。仔细分析可以得出这种接收系统的误码性能, 这里省去烦琐的推导过程, 直接给出结论,

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma_n^2}\right) = \frac{1}{2} e^{-\gamma} \quad (5.4.3)$$

其中,  $\gamma = A^2 / (2\sigma_n^2) = A^2 / (2N_0 B_{\text{BPF}})$  是 BPF 的输出信噪比。

将  $\gamma$  折算为  $E_b / N_0$  时, 根据带通高斯白噪声的方差为  $\sigma_n^2 = N_0 B_{\text{BPF}}$ , DPSK 的平均能量为  $E_b = A^2 T_b / 2$ , 并取  $B_{\text{BPF}}$  为最小理论值  $R_b$ , 于是

$$\gamma = \frac{A^2}{2N_0 B_{\text{BPF}}} = \frac{E_b}{N_0} \times \frac{R_b}{B_{\text{BPF}}} = \frac{E_b}{N_0}$$

所以,  $\gamma = E_b / N_0$ ,  $P_e \approx \frac{1}{2} e^{-E_b / N_0}$ 。

对比式(5.4.2)与  $\frac{1}{2} e^{-E_b / N_0}$  可得, 差分检测的性能不如相干解调的性能。从物理意义上讲, 这是因为差分检测方法中相乘器的两个支路都含有噪声, 使乘积结果中的噪声增大了。

**例 5.13** 假定 DPSK 系统的传输速率为 5Mbps, 接收带通滤波器的输出信号的幅度为 223.6mV, 高斯噪声的功率谱密度为  $N_0 = 5 \times 10^{-10}$ 。求相干接收与差分检测的误码率。

**解** 由  $\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2 T_b}{2N_0} = \frac{A^2}{2R_b N_0} = \frac{0.2236^2}{2 \times 5 \times 10^6 \times 5 \times 10^{-10}} = 10$  和式(5.4.2), 得到相干接收时误码率为

$$P_b = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = 2Q(\sqrt{20}) = 7.74 \times 10^{-6}$$

差分检测接收时误码率为

$$P_e \approx \frac{1}{2} e^{-E_b/N_0} = \frac{1}{2} e^{-10} = 2.3 \times 10^{-5}$$

## \* 5.4.2 差分 QPSK 与 OQPSK

### 1. DQPSK

DQPSK 是差分四相移键控 (Differential QPSK) 的简称, 是结合差分编码的 QPSK。DQPSK 传输系统在 QPSK 基础上增加差分编码与解码单元, 如图 5.4.3 所示。

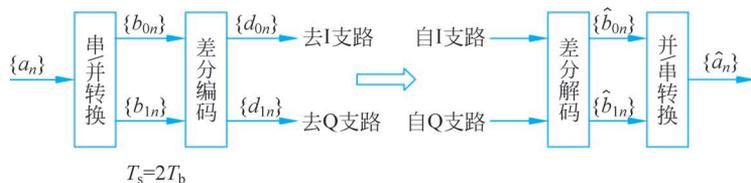


图 5.4.3 DQPSK 系统的差分编解码单元

DQPSK 的本质是利用两个相邻时隙的四种相位变化 ( $0, \pi/2, \pi$  与  $3\pi/2$ ) 来承载四元符号 ( $0, 1, 2, 3$ )。四元差分编码与解码的公式如下:

$$D_n = D_{n-1} + B_n \quad (\text{模 } 4) \quad (5.4.4)$$

$$\hat{B}_n = \hat{D}_n - \hat{D}_{n-1} \quad (\text{模 } 4) \quad (5.4.5)$$

其中,  $B_n$  与  $D_n$  分别是比特对  $(b_{1n}, b_{0n})$  与  $(d_{1n}, d_{0n})$  对应的四元符号,  $\hat{B}_n$  与  $\hat{D}_n$  是接收端相应的四元符号。  $B_n$  与  $\hat{B}_n$  使用格雷编码,  $D_n$  与  $\hat{D}_n$  使用自然编码。式(5.4.4)和式(5.4.5)采用模 4 加、减法。可见, 原符号  $B$  是新符号  $D$  的变化量, 因此用相位值传送  $D$  就相当于用相位差传送  $B$ 。常规 QPSK 的本地振荡也常常存在“相位模糊”问题, 类似于 DPSK, 借助差分编码 DQPSK 不受该问题的困扰。

从相位差上看, DQPSK 系统的映射规则其实非常简单, 如表 5.4.3 所示。产生 DQPSK 信号也可以直接借助相位差来完成。

表 5.4.3 DQPSK 方案映射规则

比特对 ( $b_{1n}, b_{0n}$ )	四元符号 $B_n$	相位差 $\Delta\theta = \theta_n - \theta_{n-1}$
00	0	0
01	1	$-\frac{3\pi}{2}$ 或 $+\frac{\pi}{2}$
11	2	$-\pi$ 或 $+\pi$
10	3	$-\frac{\pi}{2}$ 或 $+\frac{3\pi}{2}$

**例 5.14** 假定 DQPSK 系统的输入为二进制序列 010000001110, 试说明: (1) 相应的载波相位差; (2) 相应的绝对载波相位 (令初相位为  $\pi/4$ )。

**解** (1) 首先将输入序列表示为“比特对”序列: 01 00 00 00 11 10。

由表 5.4.3 可以直接得出的载波相位差为  $\frac{\pi}{2}, 0, 0, 0, \pi, -\frac{\pi}{2}$ 。



差分 QPSK

(2) 相应的绝对载波相位为  $\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$ 。

与二元 DPSK 类似, DQPSK 常常用非相干的差分检测方法接收。其原理框图如图 5.4.4 所示。 $\varphi_n = \arctan(Q_n/I_n)$  对应于载波相位差, 由它可以判断当前时隙传输的符号。

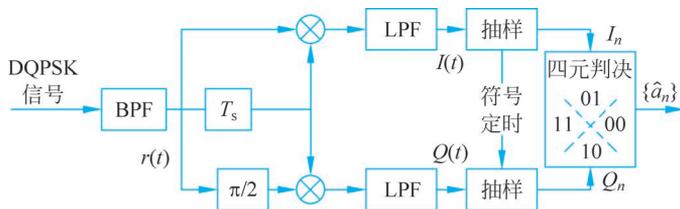


图 5.4.4 DQPSK 差分检测框图

## 2. $\pi/4$ DQPSK

$\pi/4$  DQPSK 是一种改进型的 DQPSK, 其主要特点是每个时隙总有相位变化, 且变化的峰值较小。 $\pi/4$  DQPSK 调制方式的具体规则如表 5.4.4 所示。它也还可解释为交替地使用两套彼此偏转  $\pi/4$  的 QPSK 星座图, 如图 5.4.5 中的“实心组”与“空心组”所示。具体来讲, 假定当前位于“实心组”中某个信号点, 它下一时隙的相位必定转至“空心组”中某点, 再下一时隙它又必定回到“实心组”中的某点, 等等。转移规则如图 5.4.5 中箭头实线所示, 线上标示的是该转移对应的比特对。

表 5.4.4  $\pi/4$  DQPSK 符号映射规则

比特对	相位差
00	$\pi/4$
01	$3\pi/4$
11	$-3\pi/4$
10	$-\pi/4$

从  $\pi/4$  DQPSK 的交替规则可以看到, 它每个时隙都会变化, 而常规 DQPSK 在传输 00 时相位保持不变, 这样接收机更容易提取符号同步; 另外, 它的最大相位变化为  $3\pi/4$ , 比常规 DQPSK 的  $\pi$  小一些, 这对于减少传输信号包络的波动非常有效。 $\pi/4$  DQPSK 的调制解调方法与 DQPSK 基本一样, 应用中常常采用差分检测方法接收。因为多方面的优点,  $\pi/4$  DQPSK 获得了非常成功的应用。例如, 结合  $\alpha = 0.35$  的平方根升余弦滤波器, 它实际应用于北美第二代数字蜂窝网络 (IS-136) 中。另外, 它还成功应用于日本 JDC 数字蜂窝系统与 PHS 无线电话、欧洲中继无线 TETRA 以及数字音频广播 DAB 系统中。再有,  $\pi/4$  DQPSK 的交替规则也出现在 5G 移动通信中, 5G 采用了  $\pi/2$  BPSK, 它交替地使用两套彼此偏转  $\pi/2$  的 BPSK 星座图。

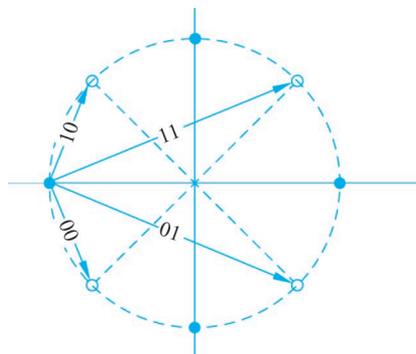


图 5.4.5  $\pi/4$  DQPSK 的星座图与转移规则

再有,  $\pi/4$  DQPSK 的交替规则也出现在 5G 移动通信中, 5G 采用了  $\pi/2$  BPSK, 它交替地使用两套彼此偏转  $\pi/2$  的 BPSK 星座图。

**例 5.15** 假定  $\pi/4$  DQPSK 系统的输入二进制序列为 010000011110, 试说明: (1) 相应

的载波相位差；(2)相应的绝对载波相位(令初相位为  $\pi/4$ )。

**解** (1) 首先将输入序列表示为“比特对”序列：01 00 00 00 11 10。由表 5.4.4 可以得出载波相位差为  $\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}$ 。

(2) 相应的绝对载波相位为  $\pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}, \pi, \frac{3\pi}{4}$ 。 ■

对比例 5.14, 可以注意到, 这里虽然出现长 0 段信息, 但传输信号相位逐符号变化, 因此接收端容易进行同步。

一般而言, PSK 与差分 PSK 的包络应该是恒定的, 那么, 为什么还需要“减少传输信号包络的波动”呢? 下一部分将详细说明。

### 3. OQPSK

理论上讲, PSK 仅用相位传输信息, 采用矩形 NRZ 时它的波形包络确实是恒定的。但这种波形的时隙边界处具有间断, 因而需要很多带宽。为了在有限带宽的实际信道上传输, 需要选用合适的基带包络信号, 如采用升余弦滚降脉冲等, 由此产生的 PSK 信号不再保持恒定的包络, 而在时隙边界出现显著的起伏, 图 5.4.6 给出了一个升余弦型带限 QPSK 波形的例子。

QPSK 同相与正交两个支路彼此无关, 改善其波形包络起伏的一个简单措施是让它们相互错开。标准 QPSK 信号相邻码元的最大相位变化可达  $\pm\pi$ , 大幅度的相位变化造成包络的起伏也比较大。如果让两个正交支路的 BPSK 信号相互错开  $T/2$  的时间, 使相位改变不同时发生, 其合成信号的相位变化通过两次完成, 每次变化的幅度缩小为  $\pm\pi/2$ , 如图 5.4.7 所示。这种 QPSK 方案称为**偏移(或偏置)四相移键控(Offset QPSK)**, 缩写为**OQPSK**。通过计算机仿真发现, 在带限条件下“额定”幅度为 1 的 QPSK 信号的包络起伏为  $0\sim 1.25$ ; 而 OQPSK 信号的包络起伏通常为  $0.7\sim 1.15$ 。显然, OQPSK 的包络起伏有了显著的改善。

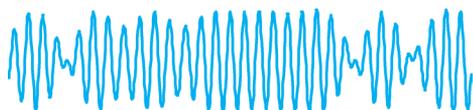


图 5.4.6 带限 QPSK 信号的包络情况

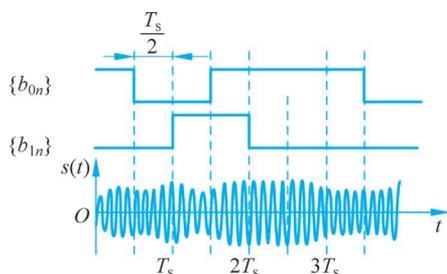


图 5.4.7 OQPSK 信号的时隙错位与包络改善

OQPSK 的调制解调框图只需在 QPSK 的上面略加修改, 其相关解调的抗噪性能也与 QPSK 完全一样。

总之, 恒包络信号的优点是允许非线性放大, 这种放大器的效率高、容易实现。人们借助 OQPSK 与  $\pi/4$  DQPSK 技术获得了较好的改进效果。其实, 后面将讨论的 FSK(特别是 MSK)可以提供真正恒包络的频带传输信号。

### 5.4.3 OOK 的非相干解调

在实际应用中,OOK(BASK)信号最常用的解调方法是包络检波法,其原理与模拟常规 AM 的包络检波相同。

#### 1. 基本原理

从信号波形上看,如图 5.4.8 所示,OOK 传输的 0 或 1 信息直接表现在其包络上。再从公式上看,OOK 信号可改写为

$$s_{\text{OOK}}(t) = Am(t)\cos(2\pi f_c t) = A_2[1 + m_2(t)]\cos(2\pi f_c t) \quad (5.4.6)$$

其中, $m(t)$ 是幅度为 1 的单极性基带 PAM 信号, $m_2(t)$ 是相应的双极性形式, $A$  为信号的幅度,而  $A_2 = A/2$ 。显然,OOK 信号可以视为一种常规 AM 调制信号。

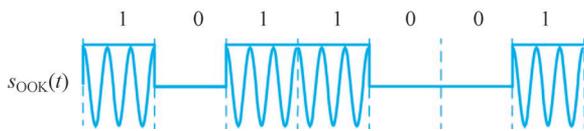


图 5.4.8 OOK 信号波形的包络示意图

OOK 的包络检波接收机如图 5.4.9 所示。首先,带通滤波器(BPF):对准 OOK 信号的频带(中心频率为  $f_c$ ),让信号通过的同时尽量抑制带外噪声;其次,包络检波器通常是简单的整流滤波电路(同 3.1 节),其输出  $y(t) \approx Am(t)$ ,只是还含有噪声成分;最后,因为是单极性,抽样判决门限设为  $V_T = A/2$ 。记抽样值为  $y$ ,则判决准则为

$$y \begin{cases} \geq \\ \leq \\ = \end{cases} A/2 \text{ 即, } \hat{a}_n = \begin{cases} 1, & y > A/2 \\ 0, & y < A/2 \end{cases} \quad (5.4.7)$$

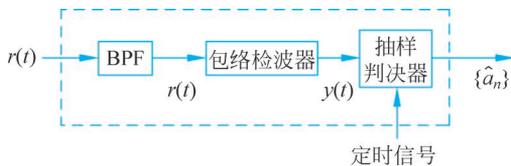


图 5.4.9 OOK 包络检波解调框图

假定 AWGN 信道中噪声双边功率谱密度为  $N_0/2$ ,后面将证明,OOK 包络检波接收系统正常工作时的误码率为

$$P_e \approx \frac{1}{2} e^{-(E_b/N_0)/2} \quad (5.4.8)$$

其中, $E_b = \frac{A^2 T_b}{4}$ ,是信号的平均比特能量。另外,包络检波接收系统具有门限效应,通常要求信噪比达到 10 以上才能正常工作。对比前面相干解调的最佳误码性能,上式的结果只低大约 1dB。但包络检波方法简单且便宜,因此它是 OOK 传输最为实用的接收方法。

**例 5.16** 假定 OOK 系统的传输速率为 5Mbps,接收带通滤波器的输出信号幅度为 223.6mV,高斯噪声的功率谱密度分别为  $N_0 = 1 \times 10^{-10}$  和  $N_0 = 3 \times 10^{-9}$ 。求两种情况中包络检波器接收的误码率。

**解** 首先,

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2 T_b}{4N_0} = \frac{A^2}{4N_0 R_b} = \frac{0.2236^2}{4N_0 \times 5 \times 10^6} = \frac{2.5 \times 10^{-9}}{N_0}$$

(1) 当  $N_0 = 1 \times 10^{-10}$ ,  $E_b/N_0 = 25$  时, 由式(5.4.8),  $P_e \approx \frac{1}{2} e^{-\frac{25}{2}} = 1.86 \times 10^{-6}$ 。

(2) 当  $N_0 = 3 \times 10^{-9}$ ,  $E_b/N_0 = 0.83$  时, 由于该值很小, 包络检波器具有门限效应, 系统误码率不再用式(5.4.8)计算。可以估计到这时系统的误码性能很差, 基本无法工作。■

## \* 2. 包络检波的误码性能分析

下面具体分析 OOK(2ASK) 系统的非相干接收误码性能。码元的接收过程如下:

1) 发送码元 1 的情形:  $s_{2\text{ASK}}(t) = A \cos(2\pi f_c t)$

这时,  $r(t) \approx A \cos(2\pi f_c t) + n(t)$ , 是含有高斯白噪声的带通信号, 由 2.5 节可知, 其包络  $y(t)$  服从莱斯分布, 于是, 包络的抽样  $y$  有下面的条件密度函数:

$$f(y | 1) = \frac{y}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{y^2 + A^2}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{yA}{\sigma_n^2}\right), \quad y \geq 0 \quad (5.4.9)$$

其中,  $\sigma_n^2 = N_0 B_{\text{BPF}}$ , 是带通高斯白噪声  $n(t)$  的功率。

2) 发送码元 0 的情形:  $s_{2\text{ASK}}(t) = 0$

这时,  $r(t) \approx n(t)$ , 是单纯的带通高斯白噪声, 由 2.5 节可知, 其包络  $y(t)$  服从瑞利分布, 于是, 包络的抽样  $y$  有下面的条件密度函数:

$$f(y | 0) = \frac{y}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_n^2}\right), \quad y \geq 0 \quad (5.4.10)$$

其中,  $\sigma_n^2 = N_0 B_{\text{BPF}}$ 。

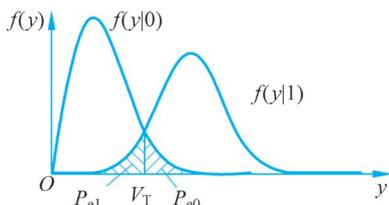


图 5.4.10 OOK 包络检波输出信号的条件密度函数

图 5.4.10 将上述两个条件密度函数绘于同一幅图中, 便于比较抽样值  $y$  的统计特性。假定发端的符号序列是等概率的二元无关序列, 容易发现, 误码率就是图中阴影部分的面积。为了使误码率最小, 接收系统的判决门限  $V_T$  应该选在两条曲线的交点处。进而, 当发送码元 1 时, 错误接收为 0 的概率是包络  $y$  值小于或等于  $V_T$  的概率, 即有

$$P_{e1} = P(y \leq V_T | \text{发 } 1) = \int_0^{V_T} f(y | 1) dy = 1 - \int_{V_T}^{\infty} \frac{y}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{y^2 + A^2}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{yA}{\sigma_n^2}\right) dy$$

类似地, 当发送码元 0 时, 错误接收为 1 的概率是包络  $y$  值大于  $V_T$  的概率, 即有

$$P_{e0} = P(y > V_T | \text{发 } 0) = \int_{V_T}^{\infty} f(y | 0) dy = \int_{V_T}^{\infty} \frac{y}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_n^2}\right) dy = \exp\left(-\frac{V_T^2}{2\sigma_n^2}\right)$$

所以, 总的平均误码率为  $P_e = \frac{1}{2} P_{e1} + \frac{1}{2} P_{e0}$ 。

要准确求解最佳门限  $V_T$  的值通常很困难。然而, OOK 系统的抗噪性能不强, 实际应用中要求信号足够强, 使  $\gamma = A^2 / (2\sigma_n^2) \gg 1$ 。深入分析可知, 此时可以近似得出结论: 最佳门限为  $V_T \approx A/2$ , 以及  $P_{e1} \approx 0$ 。于是,

$$P_e \approx \frac{1}{2} P_{e0} = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{A^2}{8\sigma_n^2}\right) = \frac{1}{2} e^{-\frac{\gamma}{4}} \quad (5.4.11)$$

其中,  $\gamma$  称为解调器的输入信噪比。

为了方便比较不同系统的  $P_e$ , 常常需要将它折算为  $E_b/N_0$ 。根据  $\sigma_n^2 = N_0 B_{\text{BPF}}$ , 易见,

$$\gamma = \frac{A^2}{2N_0 B_{\text{BPF}}} = \frac{E_b}{N_0} \times \frac{2R_b}{B_{\text{BPF}}}$$

在上式中, 令  $E_b = \left[ \int_0^{T_b} [A \cos(2\pi f_c t)]^2 dt + 0 \right] / 2 = A^2 T_b / 4$ , 它是 OOK 信号的平均比特能量。显然,  $B_{\text{BPF}}$  越小  $P_e$  也越小。为简单起见, 在理论分析中取  $B_{\text{BPF}} = R_b$ , 它是 OOK 信号的理论最小带宽。这时,  $\gamma = 2(E_b/N_0)$ ,  $P_e \approx \frac{1}{2} e^{-(E_b/N_0)/2}$ 。

**例 5.17** 考虑矩形 NRZ 基带信号, 试利用式(5.4.11)重新计算例 5.16。

**解** 对于矩形 NRZ 基带信号, 带宽  $B = R_b$ , 则  $B_{\text{BPF}} = 2B = 2R_b$ , 于是,

$$\gamma = \frac{A^2}{2\sigma_n^2} = \frac{A^2}{2N_0 B_{\text{BPF}}} = \frac{0.2236^2}{4N_0 \times 5 \times 10^6} = \frac{2.5 \times 10^{-9}}{N_0}$$

(1) 当  $N_0 = 1 \times 10^{-10}$ ,  $\gamma = 25$ , 由式(5.4.11),  $P_e \approx \frac{1}{2} e^{-\frac{25}{4}} = 9.65 \times 10^{-4}$ 。

(2) 当  $N_0 = 3 \times 10^{-9}$ ,  $\gamma = 0.83$ , 由于  $\gamma$  很小, 因此系统无法正常工作。 ■

对比例 5.16 可见, 两次计算的结果有所不同。仔细分析发现, 其根本原因在于  $B_{\text{BPF}}$  选取的值不同。实际上, 数字通信系统的误码性能常常是在某些典型情况下得出的, 其数值可能因条件的不同而不同。在大量的一般性比较中, 通常采用理想情况的最佳性能指标以提供宏观指导。而在具体条件十分明确时, 又可以尽量准确地进行计算。

## 5.5 频移键控

前面讨论了 MPSK、MASK 与 QAM, 它们是数字相位调制、幅度调制与幅度/相位混合调制方式。本节将说明数字频率调制方式, 即 FSK。下面首先介绍二元的 BFSK, 而后扩展到多元 MFSK, 最后说明 FSK 常用的非相干解调方法。

### 5.5.1 二元频移键控

**BFSK(或 2FSK)** 是二进制频移键控(Binary Frequency Shift Keying)的简称, 这种制式通过键控正弦载波的频率来传输二元符号。

#### 1. 星座图与正交频率信号

BFSK 的信号星座图如图 5.5.1 所示,  $f_1$  和  $f_0$  表示它的两个正交基信号。其传输信号可以表述为

$$s_{2\text{FSK}}(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_1 t), & a_n = 1 \\ A \cos(2\pi f_0 t), & a_n = 0 \end{cases}, \quad (n-1)T \leq t \leq nT \quad (5.5.1)$$

其中,  $f_1$  和  $f_0$  分别是传输 0 或 1 的两个频率。BFSK 的典型波形如图 5.5.2 所示。

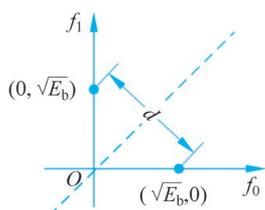


图 5.5.1 BFSK 信号星座图

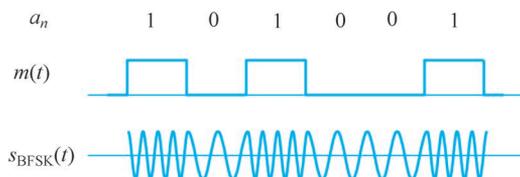


图 5.5.2 BFSK 信号波形示意

为了达到正交,这两个频点需要适当选择。计算它们的内积,有

$$\int_0^T \cos(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_1 t) dt = \frac{1}{2} \int_0^T \{ \cos[2\pi(f_0 + f_1)t] + \cos[2\pi(f_0 - f_1)t] \} dt = 0$$

通常取  $(f_0 + f_1)T_0$  为整数,使上式中的第一项为 0,再记  $\Delta f = |f_0 - f_1|$ 。于是,

$$\int_0^T \cos(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_1 t) dt = \frac{\sin(2\pi \Delta f T)}{4\pi \Delta f} \quad (5.5.2)$$

由  $\sin x/x$  的特点可知,当  $x = k\pi$  ( $k$  为非零整数) 时,上式为 0,即

$$\Delta f = k/(2T) = k(R_s/2), \quad k \text{ 为非零整数} \quad (5.5.3)$$

因此,只要频率差为传输速率一半的整数倍,则  $f_1$  和  $f_0$  是两个正交频点。

## 2. 最佳传输系统与误比特率

基于 BFSK 的信号特点与信号空间方法可以构建如图 5.5.3 所示的发送与接收系统。其中,发送采用开关键控方法,接收机的解调器由两个内积构成,而最佳判决基于最小距离准则,即按星座图中的  $45^\circ$  线划分各自的归属区域。最佳判决公式为

$$r_1 \stackrel{1}{\geq}_0 r_0 \quad \text{或} \quad (r_1 - r_0) \stackrel{1}{\geq}_0 0 \quad (5.5.4)$$

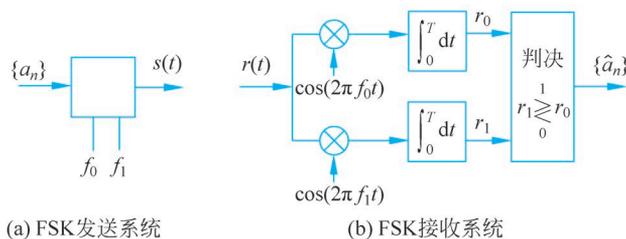


图 5.5.3 BFSK 发送与接收系统

按照式(5.2.6),可以得出最佳误比特率,

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{d^2}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (5.5.5)$$

因为,由星座图可知,  $d^2 = E_b + E_b$ , 即  $E_b = d^2/2$ 。该结论与 OOK 或基带单极性 NRZ 的相同。

## 3. 信号带宽与连续相位

容易想到,BFSK 信号的功率谱是两个频点信号功率谱的组合,如图 5.5.4 所示。为了保持恒定包络的特点,FSK 采用矩形 NRZ 包络,相应基带信号的第一零点在  $R_s$  处,可得 BFSK 传输信号的带宽为

$$B_{\text{BFSK}} = |f_1 - f_0| + 2R_s \quad (5.5.6)$$

如果取最小间隔  $\Delta f = 0.5R_s$ , 并结合下面的“连续相位”方法, BFSK 的最小带宽为  $B_{\text{MSK}} = 1.5R_s$  (这里, MFSK 是 BFSK 的一种重要形式, 将在 5.5.2 节详细讨论)。

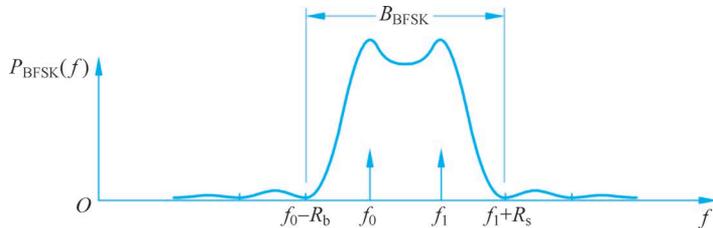


图 5.5.4 BFSK 信号功率谱示意图

采用键控方法直接产生 FSK 时, 其信号在 1 与 0 的转换处很可能不连续。由常识可知不连续的信号占据很多的频带, 因此应该尽量避免。产生“连续相位”的 FSK 信号的一种方法是合理地选择  $T$ 、 $f_1$  和  $f_0$  的取值, 使码元连接处总是连续衔接, 如图 5.5.5(b) 所示。一种称为桑德(Sunde's)FSK 信号的参数为

$$f_1 = (k+1)R_s \quad \text{与} \quad f_0 = kR_s \quad (5.5.7)$$

其中,  $k$  为某固定正整数。由它产生的 FSK 具有连续性。

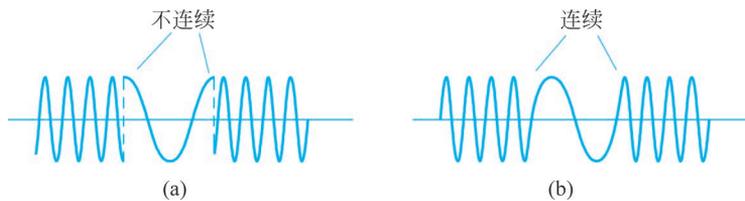


图 5.5.5 不连续与连续的 BFSK 信号

另一种方法是按照模拟 FM 的方法, 通过压控振荡器 (VCO) 来产生, 如图 5.5.6 所示。这时, 信号可以表示为

$$s_{2\text{FSK}}(t) = A \cos \left[ 2\pi f_c t + 2\pi k_{\text{FM}} \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right] \quad (5.5.8)$$

其中,  $f_c = (f_1 + f_0)/2$ ,  $k_{\text{FM}}$  是调频器的频偏常数,  $m(t)$  是符号序列  $\{a_k\}$  的双极性 NRZ 基带信号。虽然  $m(t)$  间断, 但积分器必定给出连续相位。由此产生的 FSK 信号(正弦函数)是连续的。

**例 5.18** Bell 103 型 FSK 调制解调器 (Modem) 是一种早期流行的电话线调制解调器。它通过频带为 300~3300Hz 的电话线进行全双工数字通信。两个通信方分别称为主叫与应答方, 每个方向上采用 300Baud 的 2FSK 调制, 频率参数如表 5.5.1 所示。求: (1) 两路通信的带宽与频带位置; (2) 采用相关型最佳接收时, 该系统的接收误码率。

表 5.5.1 Bell 103 型 FSK 调制解调器频率参数

传输方向	传号频率( $f_1$ )	空号频率( $f_0$ )
主叫方→应答方	1270Hz	1070Hz
应答方→主叫方	2225Hz	2025Hz



图 5.5.6 利用 VCO 产生连续相位 BFSK 信号

**解** (1) 显然,两路通信均有  $|f_1 - f_0| = 200\text{Hz}$  与  $R_b = 300\text{bps}$ , 考虑矩形 NRZ 基带信号, 取  $B = R_b$ , 由式(5.5.6)可见,

$$B_{2\text{FSK}} = |f_1 - f_0| + 2R_b = 200 + 2 \times 300 = 800(\text{Hz})$$

可见,两频带分别是  $770 \sim 1570\text{Hz}$  与  $1725 \sim 2525\text{Hz}$ 。两个频带都落在  $300 \sim 3300\text{Hz}$  范围内,它们频分复用、互不重叠。

(2) 首先考虑没有噪声的情况,显然

$$r(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_1 t), & a_n = 1 \\ A \cos(2\pi f_0 t), & a_n = 0 \end{cases}$$

由接收系统框图 5.5.3(b), 计算发送  $a_n$  时的两个接收样值  $r_j$  ( $j=0$  或  $1$ ), 参照式(5.5.2)可知,

$$r_j(a_n) = \int_0^T A \cos(2\pi f_{a_n} t) \cos(2\pi f_j t) dt = \frac{AT}{2} \times \frac{\sin(2\pi \Delta f T)}{2\pi \Delta f T} = \begin{cases} AT/2, & a_n = j \\ -0.207 \times AT/2, & a_n \neq j \end{cases}$$

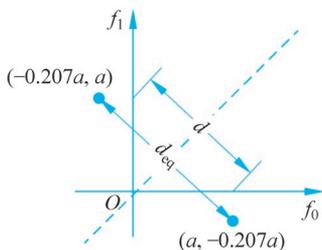


图 5.5.7 接收观察向量情况

其中,  $a_n = j$  时,  $\Delta f T = 0$ ; 而  $a_n \neq j$  时,  $\Delta f T = 200/300 = 0.667$ 。由于  $\Delta f T$  不是整数倍的  $0.5$ , 两个频率其实不满足正交条件。

不妨简记  $a = AT/2$ , 无噪声时的两个观察向量分别是  $(a, -0.207a)$  与  $(-0.207a, a)$ , 如图 5.5.7 所示。由图 5.5.7 可见它们的距离为  $d_{\text{eq}} = a \sqrt{1.207^2 + 1.207^2} = 1.707a$ , 它比常规的  $d$  扩展了  $1.207$  倍。距离增大则误码下降, 结合式(5.2.6)与式(5.5.5)可知, 误码率为

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{1.207^2 E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{1.457 E_b}{N_0}}\right)$$

误码性能提高约  $1.63\text{dB}$ 。 ■

## \* 5.5.2 多元频移键控

**MFSK** 是多元频移键控 (**M-ary Frequency Shift Keying**) 的简称, 它是二元 FSK 的推广。MFSK 信号可以表示为

$$s_{\text{MFSK}}(t) = A \cos(2\pi f_n t), \quad (n-1)T \leq t \leq nT \quad (5.5.9)$$

其中,  $f_n$  为第  $n$  时隙上的频率, 它共有  $M$  种取值, 与  $M$  元符号  $a_n$  相对应。通常规定  $f_n$  等间距, 形如

$$f_n = f_c + i \times \Delta f, \quad i = 0, 1, \dots, (M-1) \quad (5.5.10)$$

这里,  $f_0$  为第一个频点频率,  $\Delta f > 0$  为频率间隔。MFSK(总)的载波频率为频率组的中心, 即,  $f_c = f_0 + (M-1)\Delta f/2$ 。取  $\Delta f = 0.5kR_s$ ,  $k$  为正整数, 可使各频点彼此正交。

MFSK 的典型波形如图 5.5.8 所示。注意到它的  $M$  个信号点“全部”正交, MFSK 工作在  $M$  维空间上, 而在每个维度上它只取了一个信号点! 显然, 四元及其以上的 MFSK 星座图无法画出来, 图 5.5.9 以三维形式给出了 MFSK 的一个立体示意图。

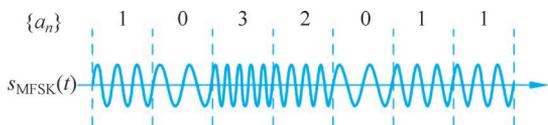
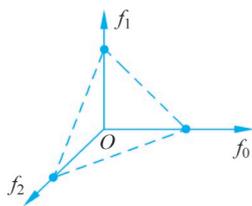
图 5.5.8 MFSK 信号的典型波形 ( $M=4$ )

图 5.5.9 MFSK 信号星座图(三维示意图)

一般 MFSK 的最佳传输系统与二元 FSK 的本质上一致,只是多元导致图 5.5.3 中发送方选择的频点增多,接收方的“并行”分支也增多,以及判决规则为多个分量上选择最大者。注意,接收方案是相干解调方法, $M$  个分支需要  $M$  个不同的相干本地振荡,显然,多元接收系统的复杂度很高。其实,FSK 传输最为实用的接收方法是简便的非相干解调,对此,我们将在后面详细说明。

MFSK 的传输带宽类似于二元 FSK,只是频点增多。可以认为,

$$B_{\text{MFSK}} = |f_{M-1} - f_0| + R_s = (M-1)\Delta f + R_s \quad (5.5.11)$$

这里考虑连续相位的情况,认为频带的两个边缘只需要一个  $R_s$ 。取最小正交间隔  $\Delta f = 0.5R_s$ ,可认为 MFSK 的最小带宽为

$$B_{\text{MFSK}_{\min}} = 0.5 \times (M+1)R_s \quad (5.5.12)$$

对于多元 FSK 的误码性能,准确计算是困难的,我们将在第 7 章中详细讨论。一般而言,MFSK 的误码性能随  $M$  的增加而降低,在本章最后我们将借助曲线给予简单说明,这里不做详述。

最后,对比前面讨论的 MPSK、MQAM 与 MASK,显然,MFSK 的信号空间非常不同。前三者始终“约束”在二维空间中;而后者在更高维的空间中(BFSK 除外),维数随  $M$  增加而不断扩展。从这里我们也能直观的理解,随  $M$  的增加,前三者带宽不变,而 FSK 带宽增加;前三者空间受限使误码劣化,而 FSK 空间开阔使误码改善。

### 5.5.3 非相干解调

#### 1. 包络检波法

BFSK 常用的解调方法为包络检波法,它不需要任何载波信息,因而,是非相干解调法。考虑频点为  $f_1$  和  $f_0$  的 BFSK 传输系统,其具体接收框图如图 5.5.10 所示,它实际上是工作在  $f_1$  和  $f_0$  上的两个互补 OOK 接收系统的组合。在图 5.5.10 中,上支路接收的频点  $f_1$ ,而下支路接收的是频点  $f_0$ 。上、下支路包络检波器的输出  $y_1(t)$  和  $y_0(t)$  如图 5.5.11 所示,它们是互补对称的,其实,BFSK 信号就是两路不同频点且互补的 OOK 信号的叠加。最后,基于抽样值  $y_1$  和  $y_0$  的判决准则同前面一样,即

$$y_1 \stackrel{1}{\underset{0}{\gtrless}} y_0 \quad \text{或} \quad (y_1 - y_0) \stackrel{1}{\underset{0}{\gtrless}} 0 \quad (5.5.13)$$

显然,多元 FSK 也很容易按照包络检波方法进行接收,其框图结构参照二元的可直接得到。另外,为了便于带通滤波器分离各个频点的信号,非相干接收时频点之间的差距应该足够大,通常会远远超过正交频点的基本要求,典型情况是  $\Delta f \geq R_s$ 。

假定 AWGN 信道中噪声双边功率谱密度为  $N_0/2$ ,后面将证明,该接收系统的误码率为

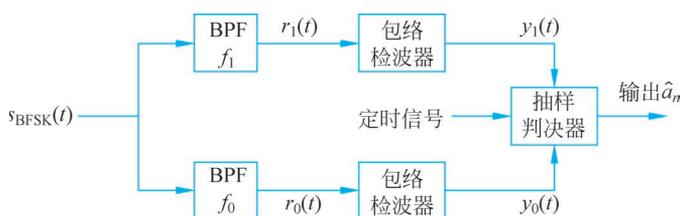


图 5.5.10 BFSK 信号的包络检波接收框图

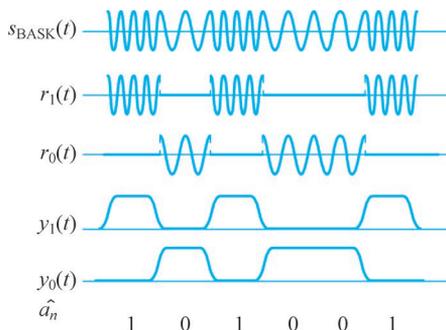


图 5.5.11 包络检波器的输出

$$P_e \approx \frac{1}{2} e^{-(E_b/N_0)/2} \quad (5.5.14)$$

其中,  $E_b = \frac{A^2 T_b}{2}$ , 是 BFSK 信号的平均比特能量。

### \* 2. 鉴频解调(过零检测)方法

另一种常用的解调方法是过零点检测,它本质上是一种鉴频方法。典型的过零点检测法将信号频率的变化转化为幅度的变化,它的基本框图及其主要波形如图 5.5.12 与图 5.5.13 所示。主要过程如下:

- (1) 规范过零点,由放大限幅来实现;
- (2) 在过零点处生成窄脉冲,由微分与整流实现;
- (3) 将脉冲的疏密变换为电平高低,由脉冲展宽、分段积分(每时隙归零)实现;
- (4) 电平抽样与符号判决。

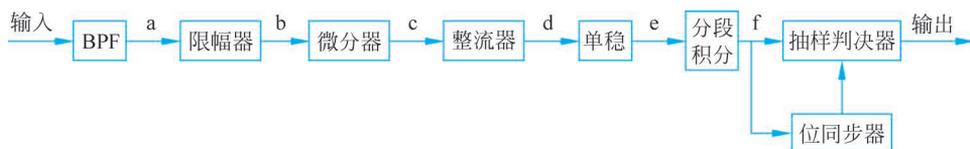


图 5.5.12 过零检测器

过零检测方法的大部分可由数字电路技术来完成,简便实用,易于集成。一些实用的方案中也常常通过从波形 b 上检测方波的宽度或统计零点频度来识别发送的符号是 0 或 1。

### \* 3. 包络检波的误码性能分析

与 OOK 的有关分析相似,通过观察单个码元的接收过程,就可以得出 BFSK 包络检波法的误码性能。

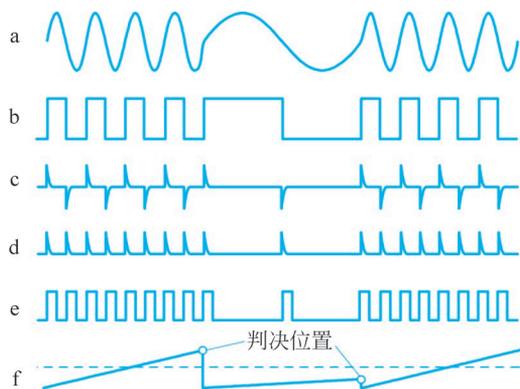


图 5.5.13 过零检测器中的主要信号波形

## 1) 发送码元 1 的情形

这时,  $s_{\text{BFSK}}(t) = A \cos(2\pi f_1 t)$ , 可以认为图 5.5.10 上、下支路 BPF 的输出是

$$\begin{cases} r_1(t) = A \cos(2\pi f_1 t) + n_1(t) \\ r_0(t) = n_0(t) \end{cases} \quad (5.5.15)$$

其中,  $n_1(t)$  与  $n_0(t)$  都是零均值、方差为  $\sigma_n^2 = N_0 B_{\text{BPF}}$  的带通高斯白噪声。由 2.5 节的知识, 信号  $r_1(t)$  与  $r_0(t)$  的包络抽样值  $y_1$  与  $y_0$  的条件概率密度函数  $f(y_1 | 1)$  与  $f(y_0 | 1)$  分别是莱斯分布与瑞利分布。又由于上、下支路 BPF 的频带不重叠, 因此  $n_1(t)$  与  $n_0(t)$  彼此独立。于是,  $y_1$  与  $y_0$  彼此独立。

## 2) 发送码元 0 的情形

这时,  $s_{\text{BFSK}}(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$ , 可以认为上、下支路 BPF 的输出是

$$\begin{cases} r_1(t) = n_1(t) \\ r_0(t) = A \cos(2\pi f_0 t) + n_0(t) \end{cases} \quad (5.5.16)$$

显然, 该情形与发送码元 1 的情形正好相反, 这样, 包络抽样值  $y_1$  与  $y_0$  的条件概率密度函数  $f(y_1 | 0)$  与  $f(y_0 | 0)$  分别服从瑞利分布与莱斯分布, 且彼此独立。

考虑发端的符号序列是等概率的二元无关序列, 由上述两种情形的对称性可知, 最佳判决准则是:  $y_1 \stackrel{1}{0} \geq y_0$ , 即, 上支路大则判为 1, 下支路大则判为 0。而平均误码率为

$$\begin{aligned} P_e &= P(\text{发送码元 1})P(\text{err} | 1) + P(\text{发送码元 0})P(\text{err} | 0) \\ &= \frac{1}{2}P(y_1 < y_0 | 1) + \frac{1}{2}P(y_1 > y_0 | 0) \end{aligned}$$

两种情形的  $y_1$  与  $y_0$  的概率特性是对称的, 这使得,  $P(y_1 < y_0 | 1) = P(y_1 > y_0 | 0)$ 。于是,

$$P_e = P(y_1 < y_0 | 1) = \int_0^{\infty} \int_{y_1}^{\infty} f(y_0, y_1 | 1) dy_0 dy_1$$

前面的分析已经指出  $y_1$  与  $y_0$  是独立的, 因此它们的联合概率密度等于各自概率密度的乘积, 又利用  $f(y_1 | 1)$  与  $f(y_0 | 1)$  服从莱斯分布与瑞利分布, 于是得到,

$$P_e = \int_0^{\infty} f(y_1 | 1) \left[ \int_{y_1}^{\infty} f(y_0 | 1) dy_0 \right] dy_1$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\infty} \frac{y_1}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{y_1^2 + A^2}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{y_1 A}{\sigma_n^2}\right) \left[ \int_{y_1}^{\infty} \frac{y_0}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{y_0^2}{2\sigma_n^2}\right) dy_0 \right] dy_1 \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{y_1}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{2y_1^2 + A^2}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{y_1 A}{\sigma_n^2}\right) dy_1
 \end{aligned}$$

其中利用到  $\int_{y_1}^{\infty} \frac{y_0}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{y_0^2}{2\sigma_n^2}\right) dy_0 = \exp\left(-\frac{y_1^2}{2\sigma_n^2}\right)$ 。再令  $t = \sqrt{2}\sigma_n y_1$ ,  $a = A/\sqrt{2}$ , 则上式可改写为

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_n^2}\right) \int_0^{\infty} \frac{t}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{t^2 + a^2}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{ta}{\sigma_n^2}\right) dt$$

可以看出, 上式中的被积函数正好是莱斯分布形式, 故其积分值为 1。记解调器的输入信噪比为,  $\gamma = A^2/(2\sigma_n^2)$ , 于是,

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_n^2}\right) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{A^2}{4\sigma_n^2}\right) = \frac{1}{2} e^{-\gamma/2} \quad (5.5.17)$$

将  $\gamma$  折算为  $E_b/N_0$  时, 根据  $\sigma_n^2 = N_0 B_{\text{BPF}}$ , 并注意 BFSK 信号的平均比特能量为

$$E_b = \left\{ \int_0^{T_b} [A \cos(2\pi f_1 t)]^2 dt + \int_0^{T_b} [A \cos(2\pi f_0 t)]^2 dt \right\} / 2 = \frac{A^2 T_b}{2}$$

它是 OOK 平均比特能量的 2 倍(因为 BFSK 在符号 0 时也有正弦信号传输), 于是,

$$\gamma = \frac{A^2}{2N_0 B_{\text{BPF}}} = \frac{E_b}{N_0} \times \frac{R_b}{B_{\text{BPF}}}$$

同样取  $B_{\text{BPF}}$  为理论最小值  $R_b$ , 可得,  $\gamma = E_b/N_0$ ,  $P_e \approx \frac{1}{2} e^{-(E_b/N_0)/2}$ 。

## 5.6 MSK 与 GMSK

最小频移键控(MSK)调制是一类连续相位的 FSK 调制, 高斯最小频移键控(GMSK)是它的一种重要形式。MSK 信号最大的优点是它的包络恒定且频带非常集中, 因此既容易放大发送, 又节约信道资源。MSK 调制误码性能优良, 它具有多种成熟方便的接收方法, 是一种应用性很好的传输方案。现代无线通信系统中常常运用 MSK, 例如著名的数字蜂窝移动通信 GSM 系统采用了 GMSK。

### 5.6.1 连续相位 FSK

按照模拟调频的方法可以产生相位连续的 FSK 信号, 其数学表示为

$$s(t) = A \cos \left[ 2\pi f_c t + 2\pi k_{\text{FM}} \int_0^t m(\tau) d\tau \right] \quad (5.6.1)$$

这里,  $k_{\text{FM}}$  为频偏常数,  $m(t)$  为数字序列  $\{a_n, n=0, 1, 2, \dots\}$  对应的基带信号。虽然  $m(t)$  常常是间断的, 但它积分后形成的相位必定是连续的。这种具有连续相位的 FSK 信号称为连续相位频移键控(Continuous-Phase FSK, CPFSK)信号。

假定基带发送脉冲为  $g_T(t)$ , 时隙宽度为  $T$ , 那么  $m(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n g_T(t - nT)$ 。最基本

的  $g_T(t)$  为矩形 NRZ 脉冲, 其高度通常取为  $0.5T$ 。它的积分记为  $q(t) = \int_0^t g_T(\tau) d\tau$ , 它们如图 5.6.1 所示。

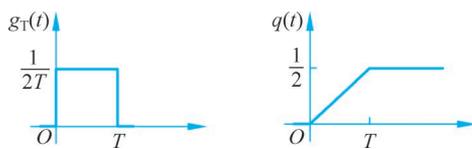


图 5.6.1  $g_T(t)$  及其积分

记  $f_d$  为矩形脉冲  $g_T(t)$  引起的峰值频偏, 并定义调制指数为  $h = 2f_d T$ 。

由于  $f_d = k_{\text{FM}} \max |g_T(t)| = \frac{k_{\text{FM}}}{2T}$ , 于是  $h$  恰为  $k_{\text{FM}}$ 。对于二元信号,  $a_n = \pm 1$ , 则  $f_d$  就是最大频偏  $\Delta f_{\text{max}} = k_{\text{FM}} \max |m(t)|$ 。其实,  $h$  与常规 FM 信号调制指数的基本定义是类似的。因为  $\frac{\Delta f_{\text{max}}}{B} = \frac{f_d}{0.5/T} = h$ , 其中, 基带信号  $m(t)$  的带宽  $B$  取其理论最小值  $0.5T$ 。

显然, CPFSK 信号由其相位决定。下面我们研究该相位

$$\theta(t) = 2\pi k_{\text{FM}} \int_0^t m(\tau) d\tau = 2\pi h \sum_{n=0}^{+\infty} a_n \int_0^t g_T(\tau - nT) d\tau = 2\pi h \sum_{n=0}^{+\infty} a_n q(t - nT) \quad (5.6.2)$$

考虑任意第  $n$  时隙上的情况, 即  $t \in [nT, (n+1)T)$ ,

$$\theta(t) = 2\pi h \sum_{k=0}^{n-1} a_k q(t - kT) + 2\pi h a_n q(t - nT)$$

令上式右边第一项为  $\theta_n$ , 在该项中恒有  $t - kT \geq nT - kT \geq T$ , 此时  $q(t - kT) = 1/2$ 。

于是

$$\theta(t) = \theta_n + 2\pi h a_n q(t - nT), \text{ 其中 } \theta_n = \pi h \sum_{k=0}^{n-1} a_k \quad (5.6.3)$$

式中, 第一项  $\theta_n$  是本时隙的相位初始值, 第二项是传送  $a_n$  的过程中相位的变化。如果从  $t=0$  出发(取相位初值为零), 按照数据序列逐时隙地推进相位路线, 则得到一条特定的相位轨迹(phase trajectory), 它就是发送该序列的信号过程。所有可能的相位路线构成的图形称为相位树(phase tree)。

**例 5.19** 假定二进制数据序列为  $\{101101\}$ , 试绘出 CPFSK 信号的相位轨迹。

**解** 数据序列双极性形式为  $\{+1-1+1+1-1+1\}$ , 相应的相位轨迹如图 5.6.2 所示。 ■

不难发现, CPFSK 信号的过程是一个带记忆的演进过程。它当前的取值既与新的  $a_n$  有关, 又依赖于以前的状态。以前的状态是传送前面数据  $\{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$  的相位积累结果, 是  $n$  时隙的初始相位。这种记忆性可使信号的波形前后连续且平缓, 因而节约频带。

另一方面, 若视  $q(t)$  为发送脉冲, 记  $m_p(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n q(t - nT)$  作为基带信号, 由式(5.6.2)可得  $\theta(t) = 2\pi h m_p(t)$ , 于是

$$s(t) = A \cos[2\pi f_c t + 2\pi h m_p(t)] \quad (5.6.4)$$

它是一种调相信号。由于  $q(t)$  连续, 其相位是连续的, 因此, 该信号又称为连续调相(Continuous PM 或 CPM)信号。改变  $q(t)$  可以得到各种特性的 CPM 信号。可以预见, 若某种  $q(t)$  导致相位的发展更平滑, 则信号的频带就更集中, 带宽更窄。

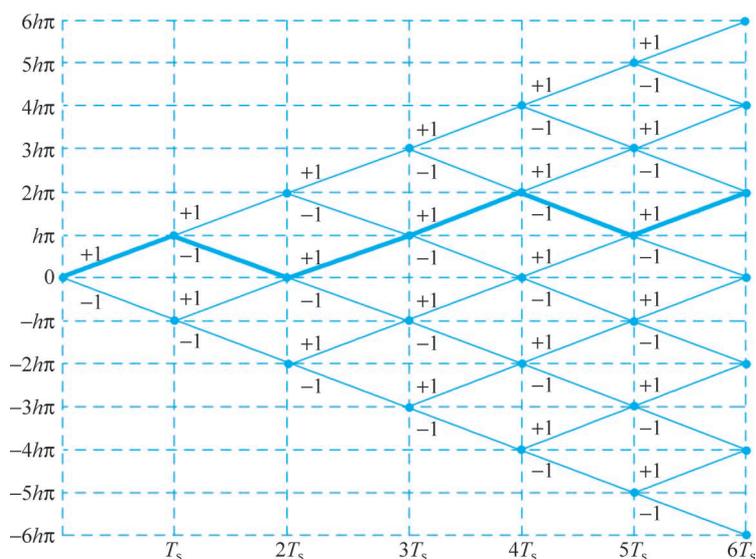


图 5.6.2 二进制 CPFSK 信号的相位轨迹举例

## 5.6.2 最小频移键控

### 1. MSK 信号定义

MSK 是最小频移键控 (Minimum-Shift Keying) 的简称, 它是一种  $h=0.5$  的二进制 CPFSK 信号。

由式(5.6.3)与  $q(t)$  为斜线的特点, 在  $t \in [nT, (n+1)T)$  上 MSK 信号可以表示为

$$\begin{aligned} s_{\text{MSK}}(t) &= A \cos[2\pi f_c t + \theta_n + \pi a_n q(t - nT)] = A \cos\left[2\pi f_c t + \theta_n + \frac{\pi a_n}{2T}(t - nT)\right] \\ &= A \cos\left[2\pi\left(f_c + \frac{a_n}{4T}\right)t + \varphi_n\right] \end{aligned} \quad (5.6.5)$$

上式中令  $\varphi_n = \theta_n - \frac{n\pi}{2}a_n$ 。由于  $a_n = \pm 1$ , 可见 MSK 信号确实是二元 FSK 信号, 它的两个频率值分别为

$$f_1 = f_c + R_b/4 \quad \text{与} \quad f_0 = f_c - R_b/4 \quad (5.6.6)$$

其中,  $R_b = 1/T$ , 为数据比特率。信号的频率间隔为  $\Delta f = 0.5R_b$ , 这正好是两个频率保持正交所需要的最小频率间距, MSK 由此得名。

### 2. 带预编码的 MSK 及其 OQPSK 形式

带预编码的 MSK 调制如图 5.6.3 所示。后面将证明, 它等效于一种 OQPSK 调制, 如图 5.6.4 所示。这种 OQPSK 调制的具体过程如下:

(1) 将信息序列  $\{b_n\}$  拆分为奇偶序列, 各自生成矩形 NRZ 基带信号(时隙宽  $2T$ ):

$$m_1(t) = \sum_{k=0}^{\infty} b_{2k+1} g_T(t - k \times 2T) \quad \text{与} \quad m_Q(t) = \sum_{k=0}^{\infty} b_{2k} g_T(t - k \times 2T)$$

(2) 用  $\sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$  成形后实施偏移正交调制, 最后得到信号,



MSK 及其  
OQPSK 等效

$$s_{\text{MSK1}}(t) = A \left[ m_I(t - T) \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \cos(2\pi f_c t) - m_Q(t) \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \sin(2\pi f_c t) \right] \quad (5.6.7)$$

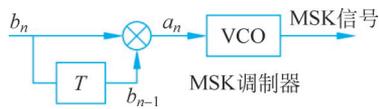


图 5.6.3 带预编码的 MSK 调制

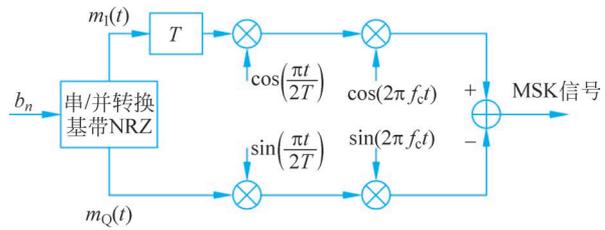


图 5.6.4 MSK 信号的 OQPSK 生成框图

**例 5.20** 给定序列  $\{b_n\} = \{-1, -1, +1, +1, -1, +1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, +1, +1, -1, -1\}$ , 说明 MSK 信号的正交合成过程。

**解** 拆分序列, 而后产生各信号波形如图 5.6.5 所示。还可计算  $\{b_n\}$  预编码后的输出为  $\{a_n\} = \{-1, +1, -1, +1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1, +1, -1, +1, -1, +1\}$ , 它与图中 MSK 波形的两种频率正好一一对应。

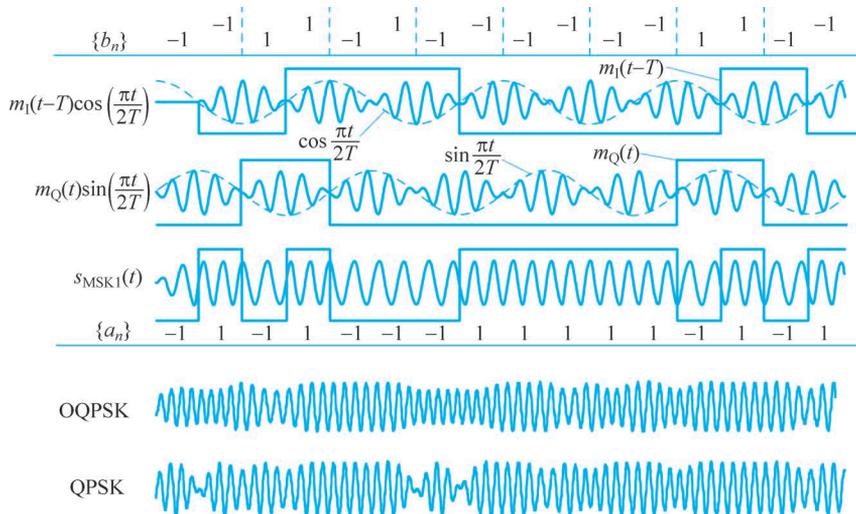


图 5.6.5 MSK 信号的正交合成示例、OQPSK 与 QPSK 波形

图 5.6.5 最下面还给出了常规 QPSK 与 OQPSK 在带限情况下的波形, 可以比较这三种信号的包络波动特点:

- (1) QPSK 在每个符号边界有四种可能的跳变, 这导致包络的波动较大。
- (2) OQPSK 两支路错开  $T_s/2$ , 在每个符号边界与中心各有两种可能的跳变, 其包络的波动较小。
- (3) 采用正弦成形后可使 OQPSK 恰好合成恒定的包络, 这便是 MSK 信号。

上述讨论的是带预编码的 MSK 信号。用 OQPSK 调制也很容易产生无预编码的“原型”MSK 信号。这时只需在发送前先对数据作差分编码, 接收后再实施差分解码即可。因为差分解码与预编码是一对逆过程。具体的差分编/解码公式如下:

$$a_n = b_{n-1} \times b_n \quad \text{与} \quad b_n = b_{n-1} \times a_n \quad (5.6.8)$$

该处理与 DPSK 的差分编/解码本质上一样, 只不过是双极性信号的形式。

### 3. 发送与接收方法

MSK 信号的发送可以采用  $k_{\text{FM}}=0.5$  的 VCO 电路,也可以采用 OQPSK 方案。其接收方法有多种。首先,它是一种 FSK 信号,因此可以采用非相干或相干的 FSK 接收方案。其次,它又是一种 OQPSK 信号,可以采用 OQPSK 的正交相干解调方案。相干解调方案可以获得低的  $P_e$ 。对于带预编码的 MSK 信号,采用 OQPSK 解调方案时,

$$P_{e\text{-MSK1}} = P_{e\text{-QPSK}} = Q(\sqrt{2E_s/N_0})$$

而对于无预编码的 MSK 信号还需要差分译码,这时  $P_{e\text{-MSK}} \approx 2P_{e\text{-QPSK}}$ 。

MSK 信号还常常按照 DPSK 差分检测的框图进行非相干解调。因为,由式(5.6.3),有

$$\theta(nT) - \theta((n-1)T) = \pi h a_n = \frac{\pi}{2} a_n$$

显然,借助差分检测技术求出相邻(时隙末端)的相位差,能够正确地判决出传送的符号。形象地讲,由相位差可以判定相位轨迹在当前时隙的走向是增加还是减少,从而可知相应的符号是+1或-1。该方法的误码性能也与 DPSK 的类似。更详细的讨论可参考有关文献。

### 4. 功率谱与带宽

根据 MSK 信号是一种形式的 OQPSK 信号的特点,它的功率谱是相应基带信号功率谱平移至载频处的结果。分析时常常以  $f_c$  为基准点,只需直接计算其基带信号的功率谱即可。首先计算正弦脉冲  $g_s(t)$  的傅里叶变换  $G_s(f)$ ,有

$$G_s(f) = \frac{4T}{\pi} \times \frac{\cos(2\pi T f)}{1 - 16T^2 f^2}$$

考虑  $\{a_n\}$  为平稳无关的双极性序列,由第 4 章的结论可知 MSK 信号的功率谱形如

$$P(f) = K |G_s(f)|^2 = \left( \frac{\cos(2\pi T f)}{1 - 16T^2 f^2} \right)^2 \quad (5.6.9)$$

其中,  $K$  为某幅度因子。

图 5.6.6 是 MSK 信号功率谱的示意图。为了便于比较,图中还给出了 QPSK 与 BPSK 的功率谱。从图可见:

- (1) MSK 信号功率谱的主瓣宽为  $0.75R_b$ ,它是 QPSK 的 1.5 倍,但只有 BPSK 的 0.75 倍。
- (2) 更重要的是,MSK 信号功率谱的旁瓣比 QPSK 或 BPSK 的衰落快得多。

很多实际应用中特别关注传输信号对邻近频道的干扰,这可以借助基本带宽来考察。基本带宽指主要功率(例如 99%)所占的带宽,可以计算出  $B_{99\text{-MSK}} = 1.2R_b$ ,而  $B_{99\text{-QPSK}} = 7R_b$ 。即,MSK 信号 99% 的功率集中在  $1.2R_b$  的频带内,比 QPSK“紧凑”得多。因此,它对邻近频道的干扰少得多。

### \* 5. OQPSK 等效形式的证明

下面证明 MSK 信号是一种 OQPSK 信号形式。首先,我们分析式(5.6.5)中的  $\varphi_n$ 。

$$\varphi_n - \varphi_{n-1} = (\theta_n - \theta_{n-1}) - \frac{n\pi}{2} a_n + \frac{(n-1)\pi}{2} a_{n-1}$$

利用式(5.6.3)可知,  $\theta_n - \theta_{n-1} = \frac{\pi}{2} a_{n-1}$ 。于是

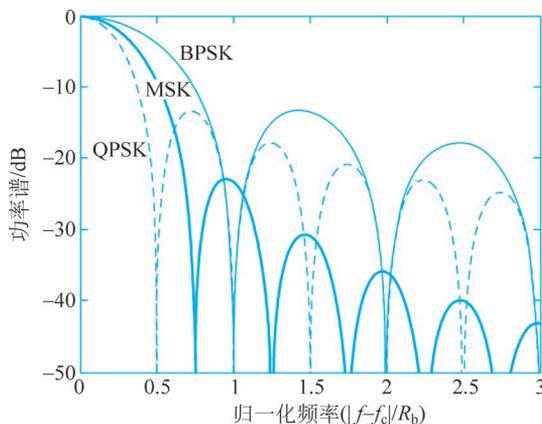


图 5.6.6 MSK 信号功率谱示意图

$$\varphi_n = \varphi_{n-1} + \frac{n\pi}{2}(a_{n-1} - a_n) = \begin{cases} \varphi_{n-1}, & a_n = a_{n-1} \\ \varphi_{n-1} \pm n\pi, & a_n \neq a_{n-1} \end{cases} \quad (5.6.10)$$

不妨取初值  $\varphi_0 = 0$ , 使  $\varphi_n$  在模  $2\pi$  条件下为 0 或  $n\pi$ , 这样,  $\sin\varphi_n = 0$ 。

其次, 将 MSK 信号公式(5.6.5)展开为载波  $f_c$  的正交形式

$$\begin{aligned} s_{\text{MSK}}(t) &= A \left[ \cos\left(\varphi_n + \frac{\pi t}{2T} a_n\right) \cos(2\pi f_c t) - \sin\left(\varphi_n + \frac{\pi t}{2T} a_n\right) \sin(2\pi f_c t) \right] \\ &= A [x(t) \cos(2\pi f_c t) - y(t) \sin(2\pi f_c t)] \end{aligned}$$

上式中  $x(t)$  与  $y(t)$  如下, 并可继续展开,

$$\begin{aligned} x(t) &= \cos\left(\varphi_n + \frac{\pi t}{2T} a_n\right) = \cos\varphi_n \cos\left(\frac{\pi t}{2T} a_n\right) = (\cos\varphi_n) \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \\ y(t) &= \sin\left(\varphi_n + \frac{\pi t}{2T} a_n\right) = \cos\varphi_n \sin\left(\frac{\pi t}{2T} a_n\right) = (a_n \cos\varphi_n) \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \end{aligned}$$

展开时利用了  $\sin\varphi_n = 0$ , 并基于  $a_n = \pm 1$  化简了  $\cos$  与  $\sin$  项。

记  $I_n = \cos\varphi_n$  与  $Q_n = a_n \cos\varphi_n$ 。因此, MSK 信号可表示为

$$s_{\text{MSK}}(t) = A \left[ I_n \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \cos(2\pi f_c t) - Q_n \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \sin(2\pi f_c t) \right] \quad (5.6.11)$$

再由式(5.6.10)  $\varphi_n$  的特性可以知道:

(1) 若  $n$  为偶数: 总有  $\varphi_n = \varphi_{n-1} \pmod{2\pi}$ 。于是

$$\begin{cases} I_n = I_{n-1} \\ Q_n = a_n I_n = a_n I_{n-1} = (a_{n-1} a_n) (a_{n-1} I_{n-1}) = (a_{n-1} a_n) Q_{n-1} \end{cases}$$

(2) 若  $n$  为奇数, 改写式(5.6.10)为

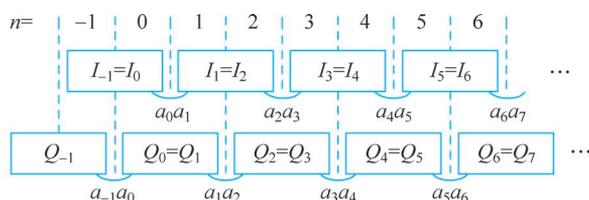
$$\varphi_n = \begin{cases} \varphi_{n-1}, & a_{n-1} a_n = 1 \\ \varphi_{n-1} \pm n\pi, & a_{n-1} a_n = -1 \end{cases}$$

于是

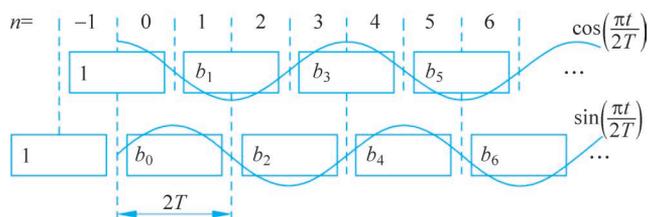
$$\begin{cases} I_n = (a_n a_{n-1}) I_{n-1} \\ Q_n = a_n I_n = a_n (a_n a_{n-1}) I_{n-1} = a_{n-1} I_{n-1} = Q_{n-1} \end{cases}$$

$I_n$  与  $Q_n$  的上述特性可直观地表示如图 5.6.7(a)所示,并可发现:

$$\begin{cases} I_{2k+1} = (a_{2k+1} a_{2k})(a_{2k-1} a_{2k-2}) \cdots (a_1 a_0) I_0 \\ Q_{2k} = (a_{2k} a_{2k-1})(a_{2k-2} a_{2k-3}) \cdots (a_0 a_{-1}) Q_{-1} \end{cases}$$



(a)



(b)

图 5.6.7  $I_n$  与  $Q_n$  的特性示意图

最后,考虑带预编码的 MSK 情形,有  $b_{n-1}b_n = a_n$ , 易见:

$$I_{2k+1} = b_{2k+1} \left( \prod_{i=0}^{2k} b_i^2 \right) b_{-1} I_0 = b_{2k+1} b_{-1} I_0 = b_{2k+1} \quad (\text{不妨设 } b_{-1} = I_0 = 1)$$

$$Q_{2k} = b_{2k} \left( \prod_{i=-1}^{2k} b_i^2 \right) b_{-2} Q_{-1} = b_{2k} b_{-2} Q_{-1} = b_{2k} \quad (\text{不妨设 } b_{-2} = Q_{-1} = 1)$$

如图 5.6.7(b)所示,图中还给出了  $\cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$  与  $\sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$ 。将此图应用于式(5.6.11)中可得到式(5.6.7)。 ■

例 5.20 与图 5.6.5 可以帮助理解 MSK 的 OQPSK 合成原理。仔细观察可发现这里的 OQPSK 有些特殊。其正交调制前的基带信号分别为

$$m_{\text{IS}}(t) = m_{\text{I}}(t - T) \sin\left[\frac{\pi(t - T)}{2T}\right] \quad \text{与} \quad m_{\text{QS}}(t) = m_{\text{Q}}(t) \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$$

由于  $\sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$  的半周期为  $2T$ ,它与原矩形 NRZ 信号的时隙正好对齐,因此,  $m_{\text{IS}}(t)$  与  $m_{\text{QS}}(t)$  其实是采用半正弦脉冲的基带信号,不过脉冲是正负交替使用的(注意  $\sin$  信号前后半周期的差别)。其实可以直接使用半正弦脉冲(记它为  $g_s(t)$ ),这时基带信号就是

$$m_{\text{I}}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} b_{2k+1} g_s(t - k \times 2T) \quad \text{与} \quad m_{\text{Q}}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} b_{2k} g_s(t - k \times 2T)$$

这样生成的仍然是 MSK 信号。文献中有时称前一种(交替的)为第 I 类 MSK,后一种(不交替的)为第 II 类 MSK。显然,只要对奇/偶数据序列先交替调整符号,就能用第 II 类 MSK 调制器产生出第 I 类 MSK 信号,反之亦然。

## \*5.6.3 高斯滤波的 MSK

若在常规 MSK 调制之前,先让矩形 NRZ 基带信号通过一个高斯型低通滤波器,如图 5.6.8 所示,这样的调制方式称为高斯滤波的 MSK(Gaussian filtered MSK),简称为 GMSK。

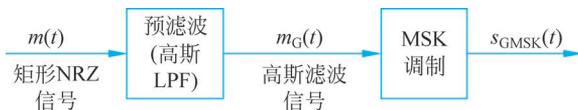


图 5.6.8 GMSK 信号产生框图

高斯型低通滤波器实施预滤波作用,其频率响应与时域冲激响应呈高斯函数形状,具体为

$$H_G(f) = e^{-\alpha^2 f^2}, \quad h_G(t) = \sqrt{\pi} \alpha^{-1} e^{-\pi^2 t^2 / \alpha^2} \quad (5.6.12)$$

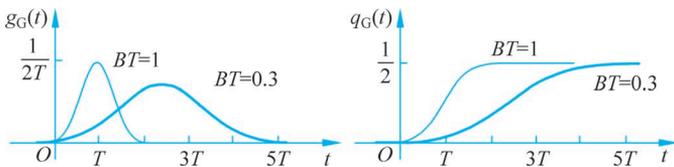
其中,  $\alpha = B^{-1} \sqrt{\ln 2 / 2}$ , 而  $B$  为 3dB 带宽。滤波后的基带信号为

$$m_G(t) = \left[ \sum_{n=0}^{\infty} a_n g_T(t - nT) \right] * h_G(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n g_G(t - nT) \quad (5.6.13)$$

而

$$\begin{aligned} g_G(t) &= g_T(t) * h_G(t) = \frac{1}{2T} \int_0^T h_G(t - \tau) d\tau \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{2T\alpha} \left[ \int_0^{\infty} e^{-\pi^2(t-\tau)/\alpha^2} d\tau - \int_T^{\infty} e^{-\pi^2(t-\tau)^2/\alpha^2} d\tau \right] \\ &= \frac{1}{2T} \left\{ Q \left[ \frac{2\pi B(t-T)}{\sqrt{\ln 2}} \right] - Q \left( \frac{2\pi Bt}{\sqrt{\ln 2}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (5.6.14)$$

几种  $g_G(t)$  与  $q_G(t) = \int_{-\infty}^t g_G(\tau) d\tau$  如图 5.6.9 所示。参数  $B$  控制着滤波器的特性,通常将它表示为码率的  $k$  倍,即  $B = k/T$  或  $BT = k$ 。实际上,我们习惯使用  $BT$  的取值来控制滤波特性。 $BT$  小则频带集中,但误码性能可能下降。最为典型的选择为  $BT = 0.3$ ; 而  $BT = \infty$  对应于常规 MSK。理论上讲,  $g_G(t)$  是无限宽的,但实际应用中只需截取其中央部分来制作预滤波器。例如,  $BT = 0.3$  时,取中央  $5T$  部分已经可实现足够的精度。

图 5.6.9  $g_G(t)$  与  $q_G(t) = \int_0^t g_G(\tau) d\tau$  举例

对比  $q_G(t)$  与  $q(t)$  的图形可见, GMSK 信号不只是相位连续,而且其相位的转变是非常平滑的,并占用几个时隙来“缓慢”完成。试设想一下相位轨迹线的伸展过程,不难推测出 GMSK 信号波形的光滑性与记忆性更强,信号的频谱会更加集中。另一方面我们发现,预滤波处理使脉冲的宽度大大展宽,它本质上是一种相关编码技术,引入了码间串扰。

GMSK 的功率谱很难计算,通常需要计算机仿真,图 5.6.10 给出了仿真的结果。由图可见 GMSK 的带宽随  $BT$  的减小而减小,其主瓣与 MSK 的一样,而其旁瓣的衰减非常快,其基本带宽比 MSK 更窄。考虑距主峰  $1.5R_b$  处有另一频道,常规 MSK 信号对其干扰达

GMSK 及  
案例

到主峰的 $-30\text{dB}$ ,而GMSK( $BT=0.3$ )的干扰低达 $-70\text{dB}$ 。在许多无线通信的应用中这一点就十分重要。为了服务众多用户,需要安排很多的信道,因此信道间距常常很近。GMSK卓越的谱带效率与恒包络特点使它在无线通信中获得了广泛应用。著名的数字移动电话系统GSM采用的调制制式就是 $BT=0.3$ 的GMSK。

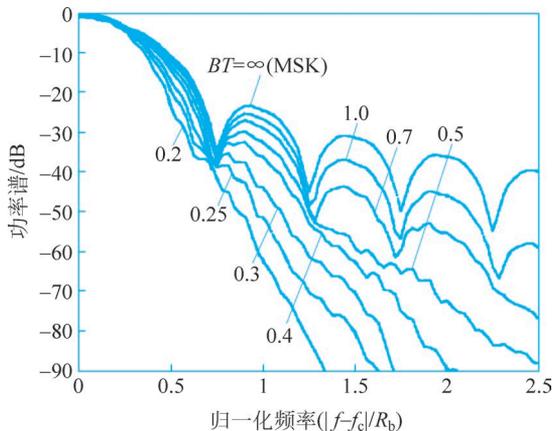


图 5.6.10 GMSK 信号的功率谱

GMSK 的接收方法与常规 MSK 的基本一样。但由于存在较明显的码间串扰,若按常规的逐符号独立接收,其性能会有所下降。以  $BT=0.3$  为例,GMSK 相干接收的 SNR 损失约为  $0.46\text{dB}$ 。实际应用中,GMSK 常常采用非相干的差分检测方案。由  $q_G(t)$  图形可直观看到,它不仅可以按照 1 个时隙( $T_b$ )实施差分检测,还可以按照 2 个时隙( $2T_b$ )实施差分检测,而且后者的性能更好一些。详细的方法可以参考有关文献。

GMSK 信号具有记忆性,而预滤波又引入了特定的码间干扰。针对这种有记忆、有关联的信号,理论上讲如果能在基本检测数据的基础上利用信号内部前后转移的特定规律,可以获得更好的接收性能。这类方法基于一段序列而非单个符号实施检测,称为**序列估计法**。最常用的一种基于最大似然准则,称为 MLSE(Maximum Likelihood Sequence Estimation),这里不做更多讨论。

## 5.7 载波同步

为了进行相干解调,接收方需要提供与传输信号的载波相干的(即同频同相的)本地振荡信号,这一工作由载波同步单元完成,所采用的技术被称为**载波同步技术**。它可以分为两类:**非数据辅助(non-data aided)**和**数据辅助(data aided)**的方法。顾名思义,非数据辅助的方法不借助任何额外的数据支持,直接从接收的传输信号中提取特征来产生相干的本地载波;相反,数据辅助的方法依靠在传输信号中插入额外的特定数据来辅助实现载波同步。

本节首先从相干接收过程分析载波同步与否对接收结果的影响,接着说明两种重要的非数据辅助载波同步技术:平方环/四次方环法与科斯塔斯环法,最后说明数据辅助的导频法的基本原理。

### 5.7.1 相干接收中载波偏差的分析

考虑数字频带传输信号的一般形式,借助式(5.3.14),有

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_{cn} g_T(t-nT) \cos(2\pi f_c t) - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_{sn} g_T(t-nT) \sin(2\pi f_c t) \\ &= m_c(t) \cos(2\pi f_c t) - m_s(t) \sin(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

其中,  $(a_{cn}, a_{sn})$  为传输信号点坐标,  $g_T(t)$  为发送脉冲,  $m_c(t)$  与  $m_s(t)$  是相应的基带 PAM 信号。上式是 MPSK、MQAM 和 MASK 的通用信号公式。

在接收时,如果本地振荡与发送载波存在偏差,记频率与相位的偏差分别为  $\Delta f$  与  $\Delta\theta$ ,不妨考虑噪声为 0,则接收机(参见图 5.3.2)同相支路的抽样值可以表示为

$$\begin{aligned} r_{cn} &= \text{MF} \{s(t) \times 2\cos[2\pi(f_c + \Delta f)t + \Delta\theta]\} |_{t=nT_s} \\ &= \text{MF} \{2m_c(t) \cos(2\pi f_c t) \cos[2\pi(f_c + \Delta f)t + \Delta\theta]\} |_{t=nT_s} - \\ &\quad \text{MF} \{2m_s(t) \sin(2\pi f_c t) \cos[2\pi(f_c + \Delta f)t + \Delta\theta]\} |_{t=nT_s} \\ &= m_c(t) \cos(2\pi\Delta f t + \Delta\theta) |_{t=nT_s} - m_s(t) \sin(2\pi\Delta f t + \Delta\theta) |_{t=nT_s} \\ &= a_{cn} \cos(2\pi\Delta f T_s n + \Delta\theta) - a_{sn} \sin(2\pi\Delta f T_s n + \Delta\theta) \end{aligned} \quad (5.7.1)$$

其中, MF 为匹配滤波,不妨考虑其抽样处增益为 1。同理,容易得到正交支路的抽样值为

$$r_{sn} = -a_{cn} \sin(2\pi\Delta f T_s n + \Delta\theta) + a_{sn} \cos(2\pi\Delta f T_s n + \Delta\theta) \quad (5.7.2)$$

合并后可得到

$$\begin{pmatrix} r_{cn} \\ r_{sn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\pi\Delta f T_s n + \Delta\theta) & -\sin(2\pi\Delta f T_s n + \Delta\theta) \\ -\sin(2\pi\Delta f T_s n + \Delta\theta) & \cos(2\pi\Delta f T_s n + \Delta\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{cn} \\ a_{sn} \end{pmatrix} \quad (5.7.3)$$

容易看出,上式右端的二阶方阵是一个旋转矩阵,即,载波偏差将会导致接收观察向量发生旋转,旋转角度为  $2\pi\Delta f T_s n + \Delta\theta$ 。

以 QPSK 为例,结合其星座图,可以看出载波偏差的影响如下:

(1) 如果仅有相位偏差  $\Delta\theta$ ,那么接收向量相对原星座图固定偏转  $\Delta\theta$ ,如图 5.7.1(a)所示。如果要正确接收,则需要把接收向量旋转回来,或把判决规则“旋转”过去对齐。通常,相偏虽然固定但是随机的,因此,需要自动测量。

(2) 如果还有频率偏差  $\Delta f \neq 0$ ,由于对应不同时隙  $n$  它是变化的,旋转角度会线性增加,那么接收向量相对原星座图会发生均速转动,转速正比于频偏  $\Delta f$ ,如图 5.7.1(b)所示。如果要正确接收,则必须持续地“追着”接收向量进行判断。“追着”的本质是校正  $\Delta f$ ,这种处理有时称为载波补偿。

再从接收机抽样前的信号波形上看,由式(5.7.1)可见,同相与正交支路的信号不再“纯正”,而且频偏  $\Delta f$  使得信号随时间  $t$  起伏。以 BPSK 为例,这时没有正交支路而变得相对简单。可以发现,

(1) 如果仅有相偏  $\Delta\theta$ ,则接收样值  $r_{cn} = a_{cn} \cos(\Delta\theta)$ ,因子的模值  $|\cos(\Delta\theta)|$  恒小于 1,因此,有效信号的幅值将减小,导致信噪比下降。容易推出,这时的误码率为

$$P_e = Q(\sqrt{2E_b \cos(\Delta\theta) / N_0}) \quad (5.7.4)$$

这时的  $P_e$  变差,如果  $\Delta\theta$  接近  $90^\circ$ ,则  $P_e$  会严重恶化。

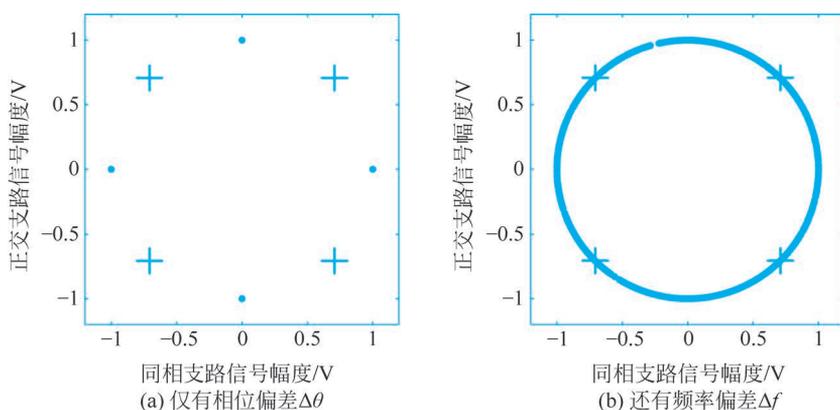


图 5.7.1 载波频偏对 QPSK 接收向量的影响

(2) 如果还有频偏  $\Delta f \neq 0$ , 则信号波形会出现正弦起伏, 如图 5.7.2 所示。显然, 信号接收整体变差, 时而可以正确接收, 时而出现严重差错。

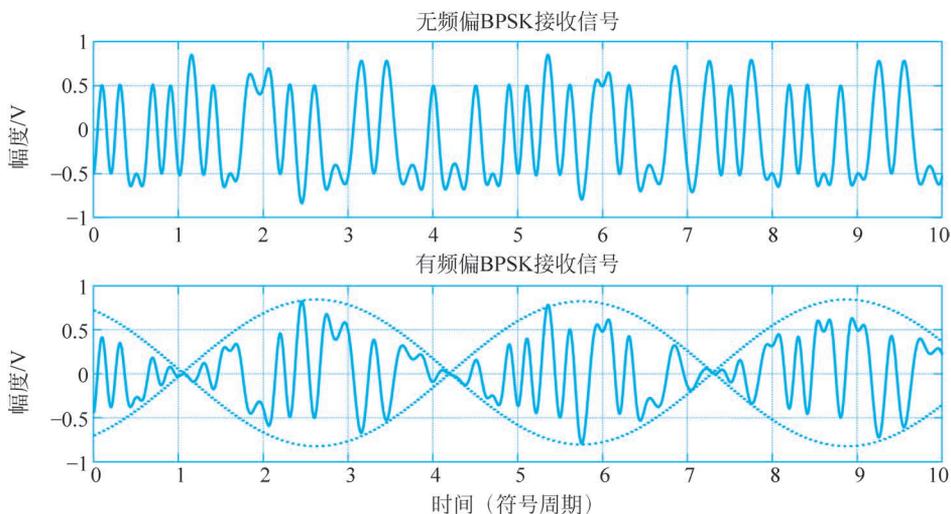


图 5.7.2 无/有载波频偏时 BPSK 接收信号时域波形对比

最后, 观察同相与正交支路接收信号的功率谱情况。图 5.7.3 给出了 QPSK 基带接收信号的功率谱, 其中左图无载波频偏, 右图存在载波频偏。可以发现, 有载波频偏情况下基带接收信号的功率谱宽度要大于无频偏的情况, 结合式(5.7.1)与式(5.7.2)可以看出, 频偏  $\Delta f$  造成“残留”的载波调制, 使得原基带信号向零频率两侧做频谱搬移再叠加, 一般  $\Delta f$  不大(小于基带信号的带宽), 其结果导致频谱变宽, 这是一种典型的谱失真现象。为了避免基带滤波抑制掉有用的频谱部分, 此时需要增加滤波器的宽度, 这将导致接收信号中噪声信号功率增加, 使得接收信噪比恶化。

综合上述情况可以看到, 接收向量星座图、基带接收信号波形与功率谱都能够从不同侧面反映载波偏差的情况, 它们可以帮助我们判断载波同步的情况, 发现偏差的特征与严重程度。

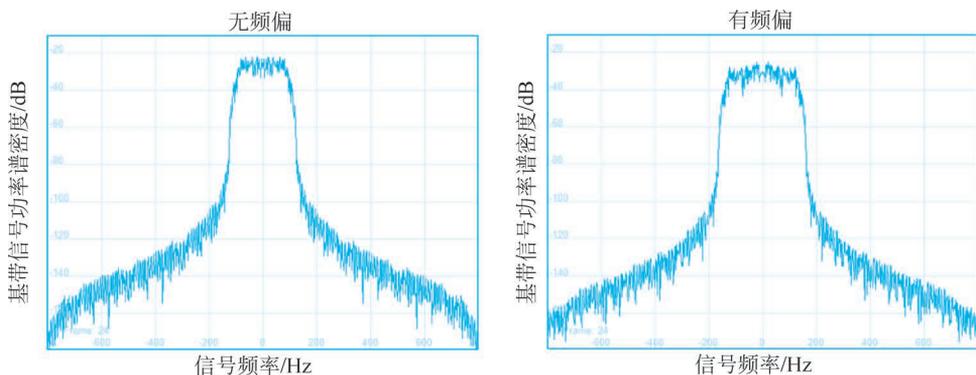


图 5.7.3 载波频偏对基带接收信号功率谱的影响

### 5.7.2 平方环与四次方环法

平方环法也称为平方变换法,主要用于 BPSK 的载波同步,其框图如图 5.7.4 所示。

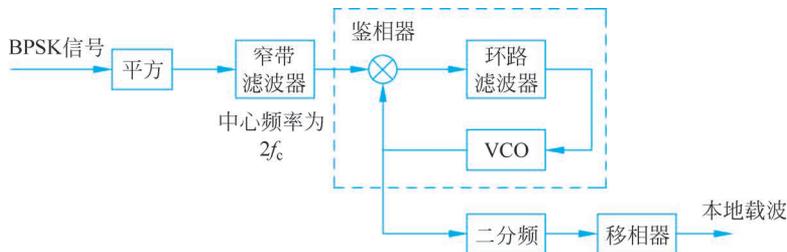


图 5.7.4 平方环法的框图

平方环法通过非线性变换方法来产生与载波关联的信号成分,其工作原理是:接收到的 BPSK(或 DPSK)信号的平方为

$$[s_{\text{BPSK}}(t)]^2 = [Am(t)\cos(2\pi f_c t)]^2 = \frac{1}{2}A^2 m^2(t)[1 + \cos(4\pi f_c t)] \quad (5.7.5)$$

其中,  $m(t)$  为双极性二元基带信号,它的平方含有直流成分,因而上式中包含非零的  $2f_c$  频率分量,它可由一窄带滤波器提取出来。在实际情况中,输入信号还包含有噪声与干扰,因此,后面再用锁相环(图 5.7.4 中虚线框部分)进一步滤除噪声与扰动,获得稳定的本地振荡;最后经二分频、移相后,送出可用的本地相干载波。

以 NRZ 脉冲成形的  $s_{\text{BPSK}}(t)$  为例,该信号及其平方的波形如图 5.7.5 所示,对比两个波形发现,平方运算消除了原信号中符号正负取值的随机性,从而可以提供确定的载波成分。图 5.7.6 给出了平方信号的双边功率谱,其中,零频率处的谱线为直流分量,而  $\pm 2f_c$  频率处的谱线就是二倍载波频率分量。注意,BPSK 传输信号的功率谱原本没有任何载波频率的谱线,平方后的结果是非线性变换带来的变化。

需要指出的是,二分频器输出的正弦波存在  $0$  与  $\pi$  相位的不确定性,既可能是正确的  $\cos(2\pi f_c t)$ ,也可能是其负信号  $-\cos(2\pi f_c t)$ ,这被称为**相位模糊**,它将造成 BPSK 相干解调输出的二元符号存在“不确定性反相”问题,为此可以使用差分编码,即 DPSK。

QPSK 的载波同步需要四次方环。其结构与平方环同步器基本一样,只需把图 5.7.4 中的平方器与二分频器分别更换为四次方器与四分频器,并使窄带滤波器等单元工作在四次

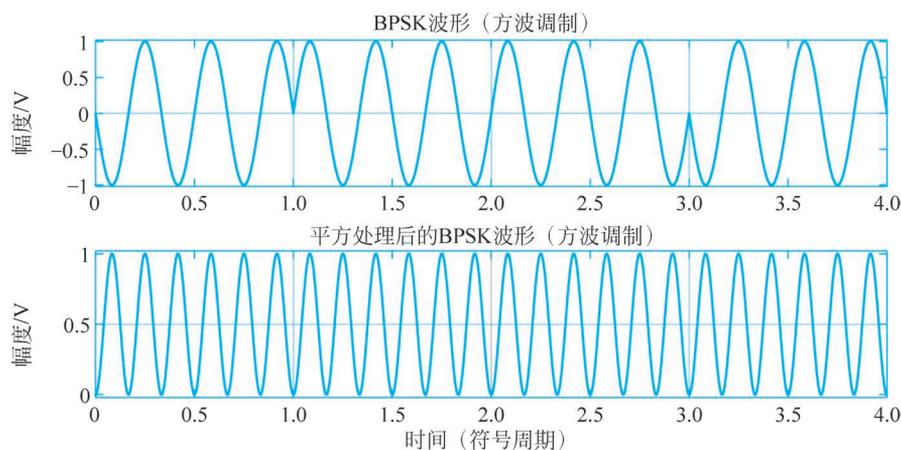
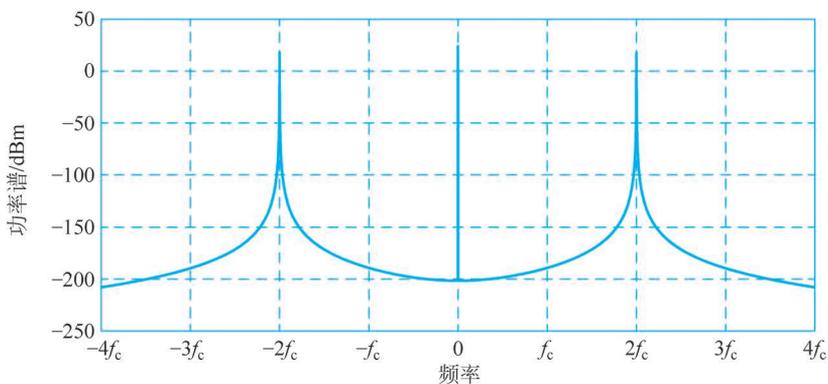
图 5.7.5 BPSK 信号及其平方信号的时域波形示意图 ( $A=1$ )

图 5.7.6 BPSK 平方信号的双边功率谱示意图

载频上。下面的例题说明了四次方器的作用。

**例 5.21** 针对 QPSK 信号的载波同步,采用四次方环法,考虑 QPSK 信号一般形式,

$$s_{\text{QPSK}}(t) = A g_{\text{T}}(t) \cos(2\pi f_c t + \theta_n), \quad \theta_n = \varphi_0 + m\pi/2$$

其中,  $\theta_n$  为第  $n$  时隙的相位,  $\varphi_0$  为初相位,  $m$  为符号值,取值  $0 \sim 3$ 。请分析其四次方信号。

**解** 四次方信号为

$$\begin{aligned} s_{\text{QPSK}}^4(t) &= A^4 g_{\text{T}}^4(t) \cos^4(2\pi f_c t + \theta_n) = A^4 g_{\text{T}}^4(t) \left[ \frac{1 + \cos(4\pi f_c t + 2\theta_n)}{2} \right]^2 \\ &= \frac{1}{4} A^4 g_{\text{T}}^4(t) [1 + 2\cos(4\pi f_c t + 2\theta_n) + \cos^2(4\pi f_c t + 2\theta_n)] \\ &= \frac{1}{4} A^4 g_{\text{T}}^4(t) \left[ 1 + 2\cos(4\pi f_c t + 2\theta_n) + \frac{1 + \cos(8\pi f_c t + 4\theta_n)}{2} \right] \\ &= \frac{1}{8} A^4 g_{\text{T}}^4(t) [3 + 4\cos(4\pi f_c t + 2\varphi_0 + m\pi) + \cos(8\pi f_c t + 4\varphi_0)] \end{aligned}$$

(5.7.6)

注意,上面  $4\theta_n = 4\varphi_0 + 2m\pi$ ,  $2m\pi$  可以去除。在上式的方括号中,第一项为直流分量,第二项为包含随机符号  $m$  的二倍载波频率,第三项为单纯的四倍载波频率。后续的窄带滤波

器、锁相环可以稳定地提取到这个4次载频成分,而后经四分频输出为本地载波信号。 ■

可见,四次方运算消除了符号的随机影响,从而提供了确定的四次载波信号。但它也带来四重相位模糊问题,即所产生的本地载波具有 $n\pi/2$ 的随机相位。这可以借助差分编码,即DQPSK来解决。

平方环或四次方环同步器工作在2或4倍载频上,当载波 $f_c$ 较高时,高次载波频率更高,这使电路的实现与调测变得很困难。下面给出的科斯塔斯环避免了这个弱点。

### 5.7.3 科斯塔斯环

科斯塔斯(Costas)环也称为同相正交环,它的结构如图5.7.7所示。

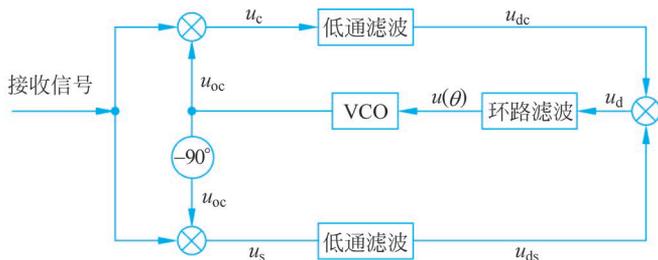


图 5.7.7 科斯塔斯环的框图

由图5.7.7可见,科斯塔斯环用到了两个正交(相差 $90^\circ$ )的本地振荡,由同相与正交两个支路构成。假定本地振荡与接收信号的载波相位差为 $\theta(t) = 2\pi\Delta f t + \Delta\theta$ ,不妨记本地振荡为

$$u_{oc} = \cos[2\pi f_c t + \theta(t)], \quad u_{os} = \sin[2\pi f_c t + \theta(t)] \quad (5.7.7)$$

下面以BPSK(或DPSK)为例,说明其工作原理。首先,乘法器输出分别为

$$\begin{cases} u_c = A m(t) \cos(2\pi f_c t) \times u_{oc} = \frac{A}{2} m(t) \{ \cos \theta(t) + \cos [4\pi f_c t + \theta(t)] \} \\ u_s = A m(t) \cos(2\pi f_c t) \times u_{os} = \frac{A}{2} m(t) \{ \sin \theta(t) + \sin [4\pi f_c t + \theta(t)] \} \end{cases} \quad (5.7.8)$$

经过LPF滤波后为

$$\begin{cases} u_{dc} = \frac{A}{2} m(t) \cos[\theta(t)] \\ u_{ds} = \frac{A}{2} m(t) \sin[\theta(t)] \end{cases} \quad (5.7.9)$$

进而,合并后得到相位误差信号

$$u_d = u_{dc} \times u_{ds} = \frac{A^2}{8} m^2(t) \sin[2\theta(t)] \quad (5.7.10)$$

$u_d$ 提供了相位误差信息(当 $\theta(t)$ 较小时, $u_d \approx A^2 m^2(t) \theta(t) / 4$ ),该信号经过环路滤波后控制VCO,使VCO输出的本地振荡向 $\theta(t)$ 变小的方向调节,从而达到同步。同步后的稳态误差 $\theta(t)$ 十分小,这样, $u_{oc}$ 与 $u_{os}$ 就是所需要的相干本振。

进一步借助图示来说明。考虑NRZ成形的BPSK情况,不妨取 $f_c = 3R_s$ 与 $A = 1$ ,假定载波偏差为 $\Delta f = 0.75R_s$ 与 $\Delta\theta = 0$ ,即 $\theta(t) = 1.5\pi t / T_s$ 。科斯塔斯环的主要信号如图5.7.8所示,为了便于观察,这里采用开环情况,即,断开VCO的输入,暂停调节,让各个

信号保持不变。

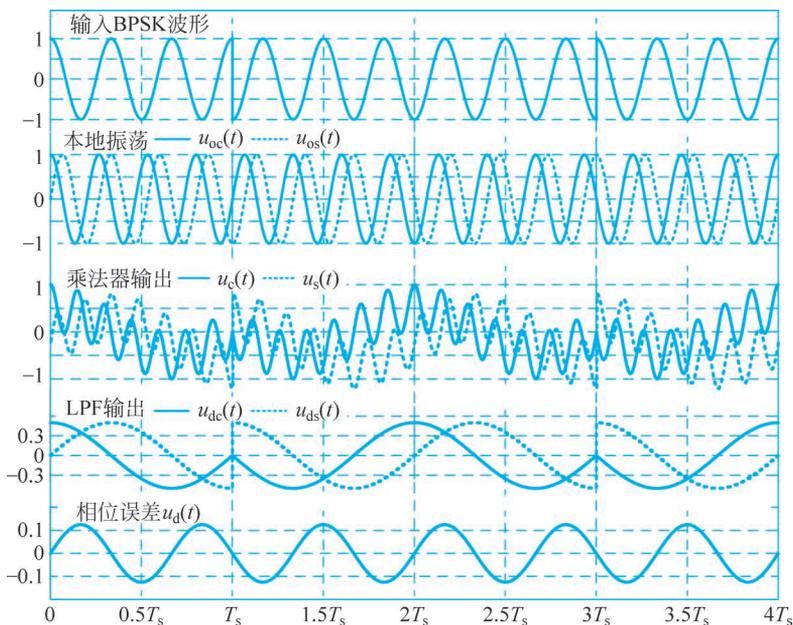


图 5.7.8 (开环)科斯塔斯环各点信号波形示意图

图 5.7.8 中最下面是合并后的误差信号,可见,  $u_d = \frac{1}{8} \sin(3\pi t/T_s)$ , 它与上面公式推导结果吻合。观察各个波形,可以发现,乘法器及其 LPF 的输出信号虽然都含有  $\theta(t)$ ,但由于消息信号  $m(t)$  的随机性而无法直接使用。只有合并后的信号消除了随机性,才能稳定可靠的提供载波偏差  $\theta(t)$ 。

可以证明,科斯塔斯环输出的本地振荡也存在相位模糊( $0$  与  $\pi$ )的问题。这可用 DPSK 来解决。科斯塔斯环虽多用一个支路,但工作在载频  $f_c$  上,比平方环的工作频率低,因而在卫星及微波通信等载波较高的系统中应用很广泛。

**例 5.22** 考虑 NRZ 成形的 BPSK 情况,  $f_c = 3R_s$  与  $A = 1$ , 以及发送消息为  $\{1, 0, 0, 1\}$ 。假定载波偏差为  $\Delta f = 0$  与  $\Delta\theta = \pi/3$ 。试分析(开环)科斯塔斯环的主要信号并给出其波形。

**解** 首先,  $m(t) = \{+1, -1, -1, +1\}$  与  $\theta(t) = \pi/3$ 。于是,本地振荡为

$$u_{oc}(t) = \cos(2\pi f_c t + \pi/3), \quad u_{os}(t) = \sin(2\pi f_c t + \pi/3)$$

进而,乘法器输出信号为

$$u_c(t) = \frac{m(t)}{2} \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(4\pi f_c t + \frac{\pi}{3}\right) \right\}$$

$$u_s(t) = \frac{m(t)}{2} \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(4\pi f_c t + \frac{\pi}{3}\right) \right\}$$

经过低通滤波后,

$$u_{dc}(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos\left(\frac{\pi}{3}\right), \quad u_{ds}(t) = \frac{1}{2} m(t) \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

最终获得误差信号为

$$u_d(t) = \frac{m^2(t)}{8} \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{8} \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \approx 0.1083$$

对于 NRZ 的简单情况, 有  $m^2(t) = 1$ 。各信号的波形如图 5.7.9 所示。

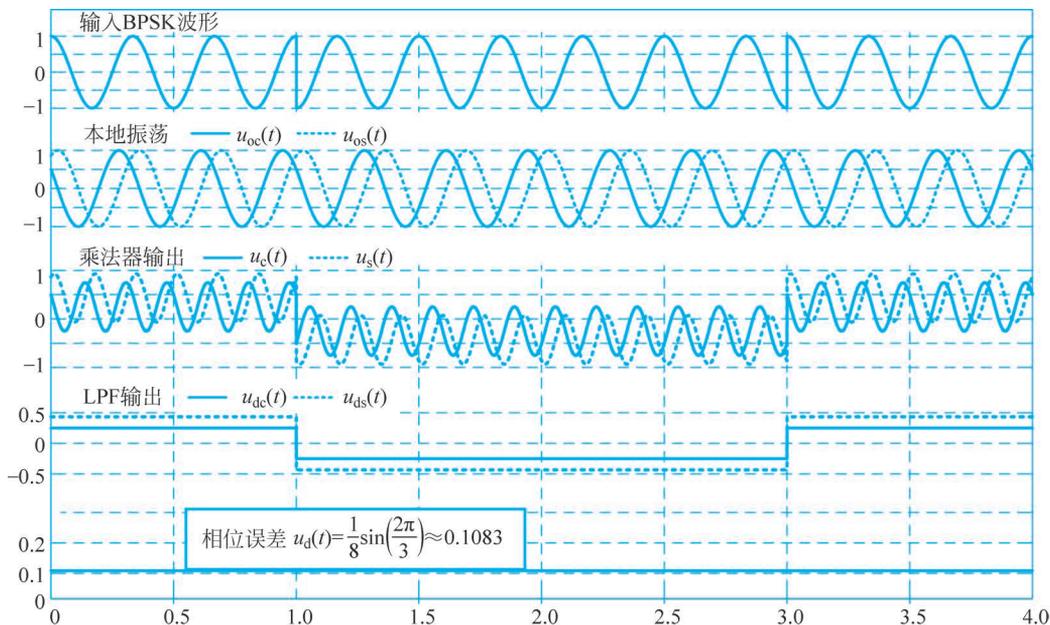


图 5.7.9 (开环)科斯塔斯环中各点信号波形(仅有非零的  $\Delta\theta$ )

#### \*5.7.4 导频法

前面讨论的载波同步方法不需要任何额外支持, 它们是非数据辅助的载波同步方法。这类方法对噪声较为敏感, 为了保持足够高的精度和稳定度, 需要增强环路滤波, 这通常会造成较长的同步时间, 因而, 这类同步技术主要适用于信道状态稳定与长时间持续通信的情况。

另一类通信应用需要快速同步, 比如突发 (burst) 通信, 其整个消息序列非常短; 或者信道状态变化快, 同步时间长难以应对信道变化。这时, 可以通过在传输信号中插入短段收发双方已知的特殊信号来辅助实现快速载波同步, 这种已知的信号称为**导频 (pilot)**信号, 相应的同步方法称为**导频法**, 它是一种数据辅助的同步方法。

导频信号可以在时间域和频率域上连续或者分散插入, 取决于通信系统的应用场景。这里主要讨论基本通信系统中导频连续插入的情况。一种很常见的做法是: 在通信过程的起始段连续插入一段特殊的符号序列来形成导频信号, 该短符号序列也被称为**前导符 (preamble)**。

前导符通常使用具有优良自相关和互相关性能的伪随机序列, 可以同时实现定时同步和载波同步。常用的前导符序列包括最长线性移位寄存器序列 (m 序列)、Gold 序列和恒包络零自相关序列 (CAZAC)。伪随机序列及其特性将在后面章节进行详细说明。

基于前导符的载波同步一般与其定时同步相结合, 只有在准确找到前导符序列的情况下, 这时符号同步基本完成, 载波同步才能进行。下面说明其基本工作原理。

考虑长度为  $N$  的前导序列表示为

$$\mathbf{S}(k) = \{S_0, S_1, \dots, S_{N-1}\} \quad (5.7.11)$$

其中,每个元素均为双极性复数信号,复数的实部和虚部分别对应同相与正交支路的同步数据。当两个或多个前导符序列串联使用时,接收端可以基于相邻序列中相同位置的元素来计算载波偏差,其概念如图 5.7.10 所示。

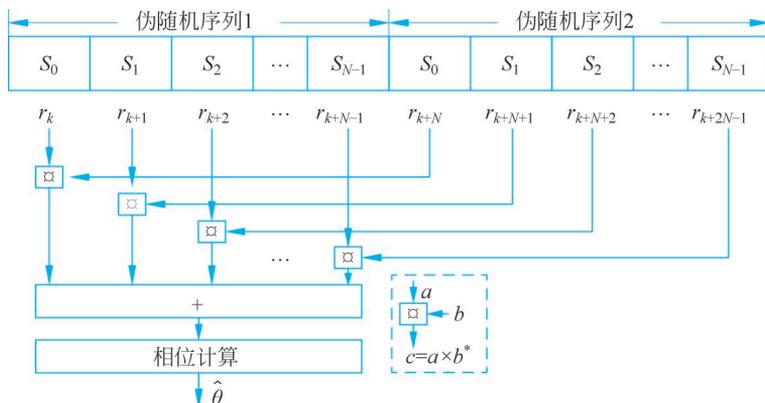


图 5.7.10 基于双伪随机序列载波误差相位计算方法

当定时同步完成以后,接收系统获得两段接收抽样序列,不妨表示为  $\{r_k, \dots, r_{k+2N-1}\}$ ,  $k$  为接收抽样信号的下标。假设载波偏差为固定频偏  $\Delta f$ ,它对应的单个时隙的载波相位差为  $\Delta\theta = 2\pi\Delta f T_s$ 。于是,接收抽样信号可表示为

$$r_{k+i} = S_{(i\%N)} \cdot \exp[j\Delta\theta(k+i)], \quad i=0,1,\dots,2N-1 \quad (5.7.12)$$

其中, $\%$ 表示模运算, $\cdot$ 为乘号,指数部分反映了“残留载波”引起的相位变化。两段接收抽样信号共轭相乘并累加后得到

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=0}^{N-1} r_{k+i} r_{k+N+i}^* \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \{S_{(i\%N)} \cdot \exp[j\Delta\theta(k+i)]\} \cdot \{S_{(N+i\%N)} \cdot \exp[j\Delta\theta(k+N+i)]\}^* \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} (S_i S_i^*) \cdot \{\exp[j\Delta\theta(k+i)] \cdot \exp[-j\Delta\theta(k+N+i)]\} \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} (S_i S_i^*) \cdot \{\exp(-jN\Delta\theta)\} \end{aligned} \quad (5.7.13)$$

通常,设计前导符序列,使其满足  $S_i S_i^* = C$ ,这里  $C$  为常实数,则上式简化为

$$Z = \sum_{i=0}^{N-1} C \cdot \{\exp(-jN\Delta\theta)\} = NC \cdot \{\exp(-jN\Delta\theta)\} \quad (5.7.14)$$

最后,由此可计算出相位差  $\Delta\theta$  的(负)估计值,

$$\hat{\theta} = \frac{\arg(Z)}{N} = \frac{-N\Delta\theta}{N} = -\Delta\theta \quad (5.7.15)$$

上式中, $\arg(Z)$ 为复信号相位计算函数。

通过上面的推导可知,利用固定间隔的抽样信号间具有相同相位差的特征,可以提取序

列中固有的相位差信息,从而确定存在的载波频率误差,由此可进行补偿以达到载波同步的目的。

最后,如果仅使用单个前导符序列  $S(k)$ ,则需要将该序列拆分成长度为  $N/2$  的两段,接收端在正确接收前导符序列并准确确定出序列位置后,基于间隔位置为  $N/2$  的抽样信号进行相位差计算,进而获得当前符号内蕴含的载波频偏信息。

## 5.8 频带传输的讨论

前面各节说明了数字频带传输的各种方法,包括 PSK、QAM、ASK 与 FSK,以及它们的多重形式,讨论了它们的星座图特点。本节将进一步总结它们的频带与误码性能特点,比较它们的传输有效性与可靠性,并简要说明它们各自的应用适应性。

### 5.8.1 信号频带与带宽

为了在频带信道上进行传输,MPSK、MASK、QAM 与 MFSK 利用各种方式“携带”数字信息,形成频带信号。各种信号的功率谱有两种基本形式,如图 5.8.1 所示。

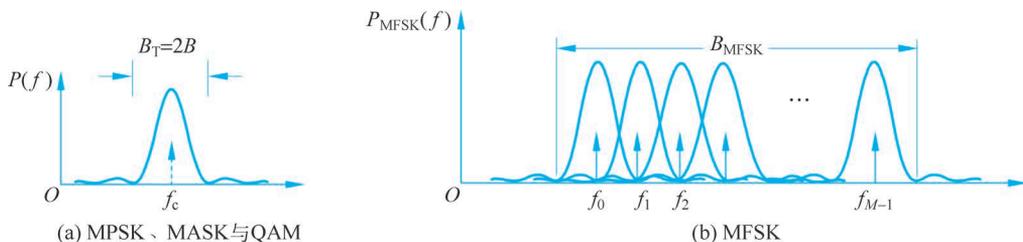


图 5.8.1 两种基本的功率谱形式

首先,可以发现它们的频带呈现为两个类型:

(1) 单频点形式。MPSK、MASK 与 QAM 使用单个载波,功率谱集中在一个频点处;这类信号借助载波相位的正交性,建立同相与正交两个通道并行传输信号。它们以  $\cos$  与  $\sin$  型信号为基信号,星座图是 2D 平面空间。

(2) 多频点形式。MFSK 信号利用了多个载波,功率谱由多个频点合成。当采用非相干解调时,频率间隔  $\Delta f$  应适当大以便 BPF 分离频点;当采用相关型解调时,各个频点彼此正交,构成基信号组,相应的星座图是  $M$  维空间。

其次,观察它们频带特点与带宽,可知,

(1) MPSK、MASK 与 QAM 这类单频点:信号频带是相应基带频带搬移到载频  $f_c$  处的结果,它的形状与宽度可由基带成形脉冲  $g_T(t)$  来控制,而与多元数目  $M$  没有关系。简单信号为矩形 NRZ 脉冲,有限带宽的常用升余弦谱脉冲。传输带宽为基带带宽的 2 倍,即,  $B_T = 2B$ 。信号带宽有如下基本结论:

$$B_T = \begin{cases} R_s, & \text{理论最小带宽} \\ (1 + \alpha)R_s, & \text{升余弦谱} \\ 2R_s, & \text{矩形 NRZ(第一零点)} \end{cases} \quad (5.8.1)$$

(2) FSK 这类多频点:信号波形具有优良的恒包络特性,它可借助相位连续与平滑过

渡来“收紧”带宽,传输带宽为

$$B_T = |f_{M-1} - f_0| + R_s = (M-1)\Delta f + R_s \quad (5.8.2)$$

对于正交 FSK,要求频率间隔满足  $\Delta f = kR_s/2$ ,相应的最小带宽为

$$B_T = (M+1)R_s/2 \quad (5.8.3)$$

以 MSK( $M=2$ )为例,它的带宽  $B_T = 1.5R_s$ ,若高斯平滑处理后,带宽进一步“紧缩”。

有趣的是,MPSK、MASK 与 QAM 的带宽不随  $M$  变化,但 MFSK 的带宽却与  $M$  几乎成正比。考察两类信号的频带利用率可知,

$$\eta_{\text{QAM/MPSK/MASK}} = \frac{R_s \log_2 M}{B_T} \leq \log_2 M \quad (\text{bps/Hz}) \quad (5.8.4)$$

与

$$\eta_{\text{MFSK}} = \frac{R_s \log_2 M}{B_{T\_MFSK}} \leq \frac{2 \log_2 M}{M+1} \quad (\text{bps/Hz}) \quad (5.8.5)$$

由此可发现,MPSK、MASK 与 QAM 可以通过加大  $M$  提高频带利用率,从而增加信息速率;但 MFSK 在加大  $M$  时反而会降低频带利用率,即使其信息速率有所增加,但利用信道的效率将显著下降。

最后,有的传输信号可能存在载波分量(功率谱中存在“离散载波谱线”),比如,OOK 与 FSK,这些信号中有一部分能量在相应的载波上。

## 5.8.2 差错性能的比较

### 1. 二元与 QPSK 情况

图 5.8.2 总结了在 AWGN 信道中二元与 QPSK 频带调制的误比特率。图 5.8.2 中横坐标是  $E_b/N_0$  的分贝值,纵坐标是以对数尺度标示的  $P_b$  值。图中的粗线是相干解调的误比特率,它们也正是基带双/单极性传输的相应结果。所有  $P_b \sim E_b/N_0$  曲线都呈抛物线下降趋势,靠左下方的曲线对应优良的传输系统。

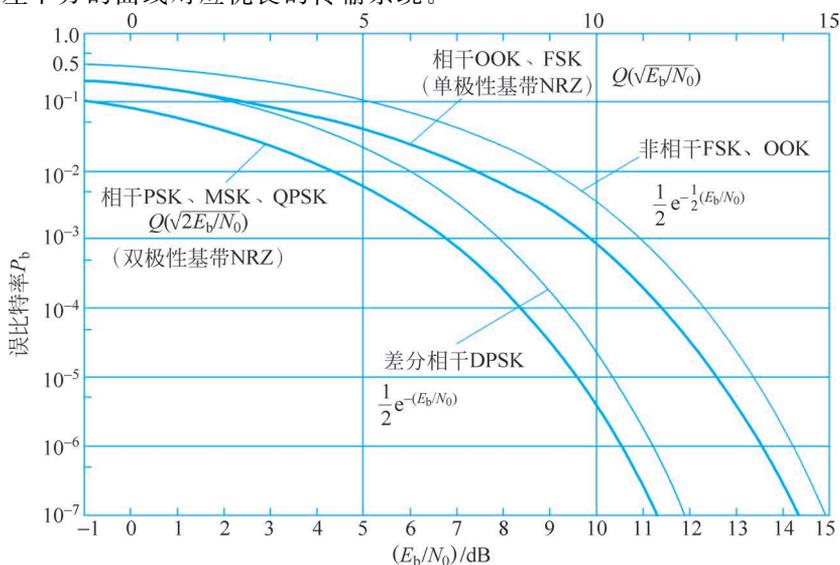


图 5.8.2 二元与 QPSK 的误比特率曲线

表 5.8.1 是二元与 QPSK 频带调制的误比特率公式。表的最右列还给出了各自的带宽(其中  $B$  为相应基带带宽,比如矩形 NRZ 为  $R_s$ ,升余弦谱为  $(1+\alpha)R_s/2$ )。

表 5.8.1 二元与 QPSK 频带调制信号的误比特率公式

频带调制制式	相干解调 $P_b$	非相干解调 $P_b$	带 宽
OOK	$Q(\sqrt{E_b/N_0})$	$\frac{1}{2}e^{-(E_b/N_0)/2} = \frac{1}{2}e^{-\gamma/4}$	$2B$
BFSK		$\frac{1}{2}e^{-(E_b/N_0)/2} = \frac{1}{2}e^{-\gamma/2}$	$\Delta f + R_b$
MSK	$Q(\sqrt{2E_b/N_0})$	—	$1.5R_b$
BPSK/QPSK		—	$2B$
DPSK	$2Q(\sqrt{2E_b/N_0})$	$\frac{1}{2}e^{-(E_b/N_0)} = \frac{1}{2}e^{-\gamma}$	$2B$

总体而言,几种系统依误比特性能可以大致排序为

$$\text{QPSK/PSK} \stackrel{\text{好3dB}}{>} \text{相干 FSK(或 ASK)} \stackrel{\text{好1dB}}{>} \text{非相干 FSK(或 ASK)} \quad (5.8.6)$$

$$\text{QPSK/PSK} \approx \text{相干 DPSK} \stackrel{\text{好1dB}}{>} \text{非相干 DPSK} \quad (5.8.7)$$

(1) BPSK 与 QPSK 是几种方式中性能最优秀的,适用于要求高的应用。两者中, QPSK 占用的频带最少,而 BPSK 功率低更可靠。

(2) 相干 DPSK/DQPSK 与相干 BPSK/QPSK 性能几乎相同。当信道质量好时,差分检测的性能接近最佳(差别小于 1dB)。

(3) MSK 同样具有优秀的性能,特别是它的包络完全恒定,带宽较小(GMSK 的带宽更为紧致),适用于需要高效功放与带宽严格的应用。

(4) FSK 是一种性能一般的传输方式,当信道质量好时,它的非相干接收性能接近最佳(差别小于 1dB)。因而,非相干接收方法更为实用。其实,FSK 占用两个频点形成一定的重复,这个特点使它在更恶劣信道上,比如在衰落或有干扰的信道上,比其他几种传输方式更为“顽强”。

(5) 非相干 ASK(或 OOK)误码性能较差,主要适用于信道质量好、要求传输设备尽量简单的应用。

**例 5.23** 假定 BFSK 信号通过某带通 AWGN 信道后采用非相干解调的误码率为  $10^{-5}$ 。问:(1)改用相干解调的误码率是多少?(2)改用码率、载频与幅度相同的 OOK 信号通过该信道时相干与非相干解调的  $P_b$  是多少?(3)改用 OOK 信号后,如何调整幅度,可使  $P_b$  不变?

**解** (1) 由非相干解调误码率公式,  $P_e \approx \frac{1}{2}e^{-\frac{E_b/N_0}{2}} = 10^{-5}$ , 于是,

$$\frac{E_b}{N_0} = -2\ln(2 \times 10^{-5}) = 21.64 = 13.35(\text{dB})$$

查曲线图 5.8.2 可大致得出相干解调误码率为  $1 \times 10^{-6}$ , 或由相干解调误码率公式得

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) = Q(\sqrt{21.64}) = 1.64 \times 10^{-6}$$

(2) 码率与载频相同的 OOK 信号的带宽比 BFSK 的窄,可以顺利通过该信道。OOK 与 BFSK 的相干与非相干解调误码率公式一样,但同样幅度下,由于 OOK 在比特 0 时信号为零, $E_{b\_2FSK} = 2E_{b\_2ASK}$ ,因此,OOK 信号的误码率比 BFSK 差 3dB。

根据曲线图可大致得出相干与相非干解调的误码率为  $2 \times 10^{-3}$  与  $5 \times 10^{-4}$ ,或由误码率公式得

$$P_e \approx \frac{1}{2} e^{-\frac{21.64/2}{2}} = 2.2 \times 10^{-3} \quad \text{与} \quad P_b = Q(\sqrt{21.64/2}) = 5.02 \times 10^{-4}$$

(3) 显然,改用 OOK 信号后,将幅度提高为原来的  $\sqrt{2}$  倍可以保持同样的误码率。 ■

## \*2. 一般多元情况

图 5.8.3 以  $M=16$  为例,给出了各种调制方式的部分典型误码率结果, $p_e \sim E_{bav}/N_0$  曲线。其中, $E_{bav}$  为相应信号的平均比特能量。多元调制中每个符号包含  $K = \log_2 M$  位比特,为了降低误码造成的比特损失,MASK、MPSK 与 QAM 系统普遍采用格雷编码,使每次误码基本上只引起一位比特错误,这样,相应的误比特率为  $p_b \approx p_e/K$ 。但 MFSK 系统无法利用这种特性,其平均误比特率为  $p_b \approx p_e/2$ (当  $M$  较大时)。

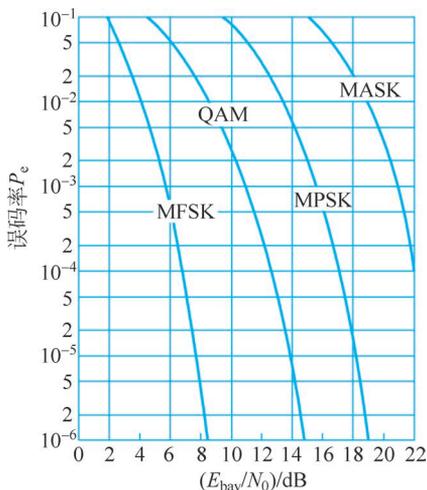


图 5.8.3 各种多元频带调制方式的典型  $p_e \sim E_{bav}/N_0$  曲线( $M=16$ )

通过误码率曲线的对比,可以得出两方面的重要结论:

第一,在 QAM、MPSK 与 MASK 三种方式之间,QAM 的误码性能最好,MPSK 次之,MASK 最差。因此,在实际应用中,当  $M$  较高时,应该首先选择 QAM;当  $M$  中等时,比如  $M=8$  或 16,也常常见到 MPSK,因为可以利用其包络平稳的优点;只有在少数特殊的情况中才使用 MASK,它简单直观,在理论分析上具有一定的意义。

第二,QAM、MPSK 与 MASK 的误码性能都随  $M$  的增加而下降,这是它们获得更高频带利用率的代价;与此正好相反,MFSK 的误码性能随  $M$  的增加而提高,这是它牺牲频带利用率的结果。可见,它们确实是两类不同特性的传输方式。

从理论层面讲,通信系统的信道带宽、噪声程度与信号功率是三个最基本的因素,可以发现:

(1) 在频带资源受限、信号功率充分的情况下,可以尽量运用 QAM 与 MPSK,借助它们实现高的频带利用率,并通过加大发送功率保障误码性能;

(2) 在频带资源丰富、信号功率受限的情况下,可以尽量运用 MFSK,通过充分利用带宽实现可靠通信。

最后,实际应用中必须平衡考虑各种因素,包括恒包络特性、实现复杂度、系统成本与开发时间等。比如,常常希望信号包络平稳以便利用非线性功放的效率,这时 FSK、PSK、OQPSK、 $\pi/4$  DQPSK 都是不错的方案,尤其是具有连续相位的 MSK、CPFSK、CPM,甚至经高斯预滤波的 GFSK 与 GMSK。有时还希望使用非相干解调以降低接收机难度,那么,FSK、DPSK、DQPSK、 $\pi/4$  DQPSK,以及 MSK 与 GMSK 等方案可选。

### 应用案例(9)——数字视频广播 DVB-C 系统中的调制与符号同步方案

数字视频广播(Digital Video Broadcasting,DVB)标准包括四大系列:卫星数字视频广播(DVB-S)、有线数字视频广播(DVB-C)、地面(无线)数字视频广播(DVB-T)和手持(无线)数字视频广播(DVB-H)。

1997年,欧洲电信标准化组织(ETSI)发布 DVB-C 标准用于地面有线电视(Cable TV,CATV)系统,它使用 VHF 频段的 47~230MHz 和 UHF 频段的 470~862MHz 两个频带,每个数字电视频道的带宽为 8MHz。家庭电视应用曾主要采用这种技术,后来演变为借助光纤与 IP 网络技术的形式。

DVB-C 标准中,发送端物理层的处理流程如图 5.8.4 所示,主要的处理包括扰码、RS 编码、卷积交织、差分编码与 QAM 编码调制等。其中,扰码改善数据序列的统计特性,有助于符号同步;RS 编码与卷积交织是信道编码方法,用于保障传输可靠性,差分编码使星座对  $\pi/2$  相位旋转不变,以对抗接收端的相位模糊问题。

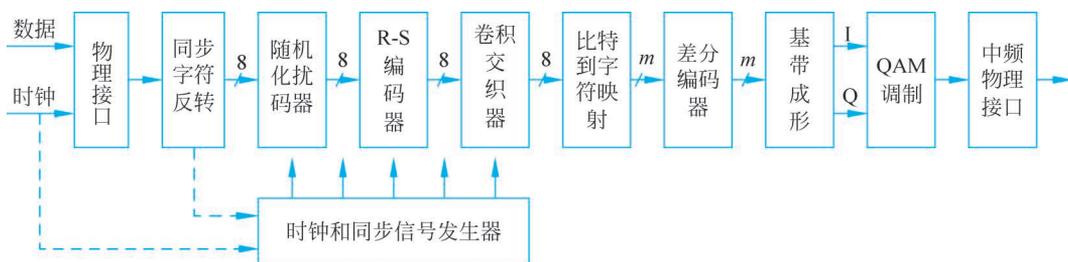


图 5.8.4 DVB-C 标准发送端处理流程

为了满足数字视频的高速数据要求,DVB-C 采用同轴电缆传输,该信道具有良好的传输特性,其接收端可以获得较高的信噪比与低的畸变。调制方案采用高阶的 QAM,阶数  $M$  包括 16、32、64、128 和 256,可根据不同的信道情况来选用。在 8MHz 的传输带宽内,DVB-C 协议使用滚降系数为 0.15 的根升余弦成形滤波,码元速率为 6.96MBaud。不同  $M$  下的比特率如表 5.8.2 所示。

表 5.8.2 DVB-C 最大传输速率表

调制阶数 $M$	16	32	64	128	256
传输带宽/MHz	8				
符号速率/MBaud	6.96				
编码后速率/Mbps	27.84	34.80	41.76	48.72	55.68
净数据速率/Mbps	25.66	32.07	38.48	44.90	51.31

DVB-C 的接收端可以采用多种处理架构,最典型的如图 5.8.5 所示。

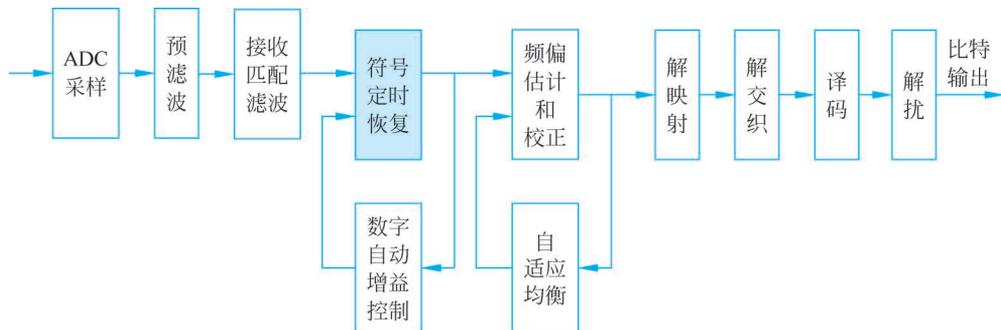


图 5.8.5 DVB-C 接收端通用处理流程

在 DVB-C 接收系统中,符号同步是可靠通信的关键单元之一。主流的 DVB-C 接收芯片几乎都采用了 Gardner 同步算法。基于 QAM 接收机的同相与正交支路结构,Gardner 的时间误差提取公式为

$$\text{time\_error}(k) = y_1[(k-1/2)T] \times \{y_1(kT) - y_1[(k-1)T]\} + y_Q[(k-1/2)T] \times \{y_Q(kT) - y_Q[(k-1)T]\} \quad (5.3.10)$$

其中, $y_1(kT)$ 和 $y_Q(kT)$ 、 $y_1[(k-1)T]$ 和 $y_Q[(k-1)T]$ 分别是 $k$ 时刻和 $k-1$ 时刻同相和正交支路上的最佳抽样值,而 $y_1[(k-1/2)T]$ 和 $y_Q[(k-1/2)T]$ 则是 $k$ 和 $k-1$ 时刻间的半符号位置抽样值。

其实,Gardner 同步器最初主要应用于 MPSK 这类恒包络调制,它基于同相与正交接收机结构。后期的研究表明,该 Gardner 符号同步方案也能够很好地应用于高阶 QAM 等非恒包络的情况,只是信号幅度的变化会导致误差提取时的自噪声有所增加。 ■

## 本章关键词

通过下面的关键词,可以快速地回顾本章的主要知识点。

数字调制与数字频带传输

升余弦谱信号带宽

信号点、信号向量、信号空间

四相移键控(QPSK)

基信号、信号内积

格雷编码

信号星座图

正交调制/解调器

调制、解调与判决

多元相移键控(MPSK)

相关型与匹配滤波型接收机

正交幅度调制(QAM)

二进制相移键控(BPSK)

多元幅移键控(MASK)

二进制幅移键控(BASK)

幅度/相位混合调制

二进制启闭键控(OOK)

最小距离判决准则

频带信道与等效基带信道

二进制差分相移键控(DPSK)

无 ISI 频带传输方法

差分四相移键控(DQPSK)

理论最小传输带宽

$\pi/4$  差分四相移键控( $\pi/4$  DQPSK)

矩形 NRZ 信号带宽

绝对码与相对码、差分检测

偏移四相移键控(OQPSK)	带预编码的 MSK
二进制/多元频移键控(BFSK/MFSK)	等效 OQPSK
正交频率信号条件	第 I、II 类 MSK
连续相位 FSK	高斯滤波的 MSK(GMSK)
过零点检测	$BT=0.3$ 的 GMSK
OOK/FSK 包络检波技术	非数据辅助和数据辅助的载波同步
相干与非相干解调	星座图旋转与载波补偿
连续相位 FSK(CPFASK)	平方环法与四次方环法
相位轨迹、相位树	科斯塔斯环法
连续调相(CPM)	导频法、前导符
最小频移键控(MSK)	单频点与多频点频带传输

## 习题

- 二元消息序列采用 AMI 进行基带传输,试说明该传输系统的信号星座图。
- 已知某 BASK 系统的码元速率为 1000Baud,所用载波信号为  $A \cos(4\pi \times 10^6 t)$ 。
  - 假定比特序列为 {0110010},试画出相应的 BASK 信号波形示意图;
  - 求 BASK 信号第一零点带宽,并给出其功率谱示意图。
- 某 BPSK 系统的速率为  $R_b=2\text{Mbps}$ ,接收机输入信号的振幅  $A=40\mu\text{V}$ ,AWGN 信道的单边功率谱密度为  $N_0=5 \times 10^{-18} \text{W/Hz}$ ,试求:
  - 符号能量与星座图中信号点距离;
  - 传输信号的带宽;
  - 系统的接收误码率。
- 对于速率为  $R_b=1200\text{bps}$  或  $R_b=2400\text{bps}$  的 OOK 调制,假定  $N_0=10^{-10} \text{W/Hz}$ ,为了达到误比特率  $P_b=10^{-5}$ ,请问信号功率应为多大。
- 已知 BPSK 信号在功率谱密度为  $N_0/2=10^{-10} \text{W/Hz}$  的 AWGN 信道传输的平均误比特率为  $P_b=10^{-5}$ ,在速率  $R_b$  分别为 10kbps、100kbps 或 1Mbps 时,试求:
  - BPSK 信号的幅度值与功率;
  - 改用 QPSK 传输后传输信号的幅度与功率。
- BPSK 系统,采用  $\alpha=0.25$  的平方根升余弦基带信号,信道带宽为 20MHz,求无码间串扰传输的最大速率。
- 假定在 BPSK 相干解调系统中,本地恢复载波和发送载波相位差为固定的  $\theta$ ,接收滤波器采用 LPF,带宽为信号带宽  $B$ 。试证明该系统的平均误比特率计算公式为

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{A^2 \cos^2 \theta}{2N_0 B}}\right)$$

- 考虑图 5.2.4 的 BPSK 传输系统,在其接收信号  $r(t)$  前插入带通滤波器 BPF。假设基带信号带宽为  $B(B \ll f_c)$ ,AWGN 信道双边功率谱密度为  $N_0/2$ ,BPF 与 LPF(增益为 1)带宽分别为  $W_B$  与  $W_L$ ,输出噪声分别为  $n_B(t)$  与  $n_L(t)$ 。试问下列情况下, $n_B(t)$  与  $n_L(t)$

的功率分别是多少? 滤波器输出信号是否完整?

- (1)  $W_B = 2B, W_L = B$ ;
- (2)  $W_B = 4B, W_L = B$ ;
- (3)  $W_B = 4B, W_L = 2B$ ;
- (4)  $W_B = B, W_L = B$ 。

9. 假定 QPSK 系统采用图 5.3.5 的星座图与滚降系数为 0.2 的根升余弦成形, 其输入二进制序列为 00100111010010, 试问:

- (1) 载波相位序列;
- (2) 同相与正交支路的比特序列;
- (3) 传输速率为 4Mbps 时需要的带宽与频带利用率。

10. 在星座图为图 5.3.1 的 QPSK 调制系统中, 如果交换 I、Q 路的比特序列, 试给出:

- (1) 传输信号的表达式;
- (2) 相应的星座图。

11. 考虑正方形 16QAM 星座图, 试计算 16-QAM 信号的最大与平均功率之比。

12. 某 16QAM 传输系统采用图 5.3.8(b) 的矩形星座图, 其最小信号距离为  $2a$ 。

试求:

- (1) 它的平均符号能量  $E_{av}$ ;
- (2) 在同样的  $E_{av}$  下, 比较它与图 5.3.8(a) 的圆形星座图的误码性能。

13. 某 16QAM 传输系统采用图 5.3.9 的矩形星座图与比特映射规则。试给出: 它的最佳接收系统框图, 具体说明其判决准则。

14. 某无线通信系统工作在频带范围为 330~330.2MHz 的信道上, 要求数据传输速率不低于 500kbps, 试设计它的载波频率、符号率、调制方式、无 ISI 的升余弦参数与频带利用率。

15. 假定 DPSK 数字通信系统的输入比特序列为 110100010110...

- (1) 写出相对码(考虑相对码的初始比特为 1);
- (2) 画出 DPSK 发送与相干接收框图。

16. DPSK 系统采用相位偏移  $\Delta\theta = 0^\circ$  代表 0,  $\Delta\theta = 180^\circ$  代表 1。假设信息序列为 011010, 码元速率为 1200Baud, 试按下面两种方式画出信号的波形(第一个码元初相为 0)。

- (1) 载频为 1800Hz;
- (2) 载频为 2400Hz。

17. 假设在某 DPSK 系统中, 载波频率为 2400Hz, 码元速率为 1200Baud, 已知相对码序列为 1100010111。

- (1) 试画出 DPSK 信号波形;
- (2) 若采用差分相干解调法接收该信号, 试画出解调系统的各点波形;
- (3) 若发送符号 0 和 1 的概率相同, 试给出 DPSK 信号的功率谱示意图。

18. 给定取值 +1 与 -1 的二元码, 试给出采用乘法运算实现差分编解码的方法[提示: 对于 0 与 1 的二元码, 差分编解码采用异或(模 2 加)运算]。

19. 假定 DQPSK 系统的输入为二进制序列 010000001110, 试给出:

- (1)  $B_n$  与  $D_n$  (假定初值  $D_{-1} = 2$ );

(2) 载波绝对相位与相位差(并与例 5.14 的结果比较)。

20.  $\pi/4$  DQPSK 调制器的输入数据为 1110010010..., 试给出各时刻的载波相位(假定初相为 0)。

21. 根据 DQPSK 差分编解码公式与格雷编码规则。

(1) 写出由比特对  $(b_{1n}, b_{0n})$  产生  $(d_{1n}, d_{0n})$  的映射表;

(2) 设计编码电路(给出该电路的布尔式)。

22. DQPSK 系统中  $n$  时刻相位与差分相位关系为  $\Delta\theta_n = \theta_n - \theta_{n-1}$ , 记  $I_n = \cos\theta_n$  与  $Q_n = \sin\theta_n$ 。

(1) 试证明:

$$I_n = I_{n-1} \cos(\Delta\theta_n) - Q_{n-1} \sin(\Delta\theta_n), Q_n = I_{n-1} \sin(\Delta\theta_n) + Q_{n-1} \cos(\Delta\theta_n)$$

(2) 利用(1)的公式给出 DQPSK 系统的递推生成方案。

23. 已知 OQPSK 调制器速率为  $R_b = 2\text{Mbps}$ , 载波为 2MHz。若输入数据为 1110010010..., 请画出: OQPSK 调制器中的同相及正交支路的基带信号、两路 2PSK 信号与合成的 OQPSK 信号的波形图。

24. 对 OOK 信号进行非相干接收, 已知发送信号的峰值为 5V, 带通滤波器输出端的正态噪声功率为  $3 \times 10^{-6} \text{W}$ 。试问:

(1) 若  $P_e = 10^{-4}$ , 则发送信号传输到解调器输入端共衰减多少分贝(dB)? 假设解调过程中增益为 1, 这时最佳门限为多少?

(2) 若改用相干接收,  $P_e$  大约是多少?

25. 某无线通信系统数据传输速率为 20kbps, 采用 4FSK 正交调制与相干解调模式, 中心载波频率为 450MHz。

(1) 设计它的载波频率、接收机框图与判决准则;

(2) 给出它的符号率、传输带宽与频带利用率。

26. 某无线通信系统数据传输速率为 20kbps, 采用 4FSK 非相干解调模式, 中心载波频率为 350MHz。

(1) 设计它的载波频率、接收机框图与判决准则;

(2) 给出它的符号率、传输带宽与频带利用率。

27. 某 BFSK 发送码 1 时, 信号为  $s_1(t) = A \sin(\omega_1 t), 0 \leq t \leq T_s$ ; 发送码 0 时, 信号为  $s_0(t) = A \sin(\omega_0 t), 0 \leq t \leq T_s$ 。式中  $\omega_0 = 2\omega_1 = 8\pi/T_s$ , 码 1 与 0 等概率出现。

(1) 画出包络检波形式的接收机框图;

(2) 设码元序列为 11010, 画出接收机中的主要波形(不考虑噪声);

(3) 若接收机输入高斯噪声功率谱密度为  $N_0/2$ , 试给出系统的误码率公式。

28. 某 BFSK 系统的速率为  $R_b = 2\text{Mbps}$ , 两个传输信号频率为  $f_1 = 10\text{MHz}$  与  $f_0 = 12\text{MHz}$ , 非相干接收机输入信号的振幅  $A = 40\mu\text{V}$ , AWGN 信道的单边功率谱密度为  $N_0 = 5 \times 10^{-18} \text{W/Hz}$ , 试求传输信号的(第一零点)带宽、工作频带与系统的接收误码率。

29. 一个二进制数字序列的码元速率为 10kbps, 采用 MSK 传输, 如果载波频率为 5MHz, 请给出 MSK 系统的参数:

(1) 传输码元 1 和 0 的频率;

(2) 系统的峰值频率偏移;

- (3) 系统传输带宽;
- (4) 给出传输信号表达式。
30. 如果 MSK 系统传输的二进制序列为  $\{a_n\} = 11001000010$ , 请给出:
- (1) 相位路径轨迹图。
- (2) 正交支路 and 同相支路的基带波形;
- (3) 正交支路 and 同相支路的调制波形 and 叠加后的 MSK 信号波形;
31. 试根据 MSK 信号的功率谱密度公式说明, MSK 传输信号的第一过零点带宽为输入基带信号速率的 1.5 倍。
32. 考虑 NRZ 成形的 BPSK 情况,  $f_c = 3R_s$ ,  $A = 1$ , 以及发送消息为  $\{1, 0, 0, 1\}$ 。假定载波偏差为  $\Delta f = 0.125R_s$ ,  $\Delta\theta = \pi/3$ 。试分析(开环)科斯塔斯环的主要信号并给出其波形。
33. 电话线频带为  $300 \sim 3300\text{Hz}$ , 试给出下面调制方式下的最大符号率与比特率:
- (1) OOK、BPSK、DPSK(采用  $\alpha = 0.25$  的升余弦滚降特性);
- (2) 8FSK(非相干解调);
- (3) QPSK、DQPSK(采用  $\alpha = 0.25$  的升余弦滚降特性);
- (4) QPSK、OQPSK(采用矩形 NRZ 信号);
- (5) QPSK、OQPSK(采用最小理论带宽估算);
- (6) 16QAM(采用  $\alpha = 0.25$  的升余弦滚降特性)。
34. 电话线频带为  $300 \sim 3300\text{Hz}$ , 噪声的双边功率谱密度为  $N_0 = 10^{-8}\text{W/Hz}$ , 假定数字频带传输的符号率为  $2400\text{Baud}$ , 要求误码率为  $P_e = 10^{-6}$ 。试估计下面调制方式下的比特平均能量与信号幅度:
- (1) 相干与非相干 OOK;
- (2) BPSK;
- (3) 相干与非相干 DPSK;
- (4) QPSK。
35. 设通信系统的频率特性为  $\alpha = 0.25$  的余弦滚降特性, 传输的信息速率为  $160\text{kbps}$ , 要求无码间串扰。
- (1) 采用 16PSK 调制,  $E_b/N_0 = 14\text{dB}$ , 求占用信道带宽、频带利用率与最佳接收的误比特率;
- (2) 采用 16QAM 调制,  $E_b/N_0 = 14\text{dB}$ , 求占用信道带宽、频带利用率与最佳接收的误比特率。
36. 针对 5G 移动通信, 试给出下列模式的星座图, 并标出比特映射规则:
- (1) BPSK;
- (2)  $\pi/2$  BPSK;
- (3) QPSK。
37. 针对 4G 移动通信上行控制信道, 试估算: 当误码率达到 0.001 要求时, 各种调制模式所需要的最小  $E_{av}/N_0$  分贝值。
38. 针对 5G 移动通信下行数据信道, 试估算: 当误码率达到 0.001 要求时, 各种调制模式所需要的最小  $E_{av}/N_0$  分贝值。